

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

- a) **(1.2 puntos)** Represente gráficamente el recinto determinado por las siguientes inequaciones $6x - y + 9 \geq 0$, $2x + 5y - 13 \leq 0$, $2x - 3y - 5 \leq 0$.
- b) **(0.9 puntos)** Determine los vértices del recinto anterior.
- c) **(0.4 puntos)** Halle los valores máximo y mínimo de la función $F(x, y) = 3x - 2y + 3$ en el recinto del primer apartado, y especifique en qué puntos los alcanza.

EJERCICIO 2

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -x + 4 & \text{si } x < 2 \\ \frac{4}{x} & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ x^2 - 4x + 1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

- a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de f .
- b) **(0.5 puntos)** Determine los extremos locales de f .
- c) **(1 punto)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 3$.

EJERCICIO 3

Un examen consta de una parte teórica y una parte práctica. La probabilidad de que se apruebe la parte teórica es 0.7 y la de que se apruebe la parte práctica 0.75. Se sabe que el 50% de los alumnos ha aprobado ambas.

- a) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de aprobar alguna de las dos partes.
- b) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de aprobar la parte práctica sabiendo que no se ha aprobado la parte teórica.
- c) **(1 punto)** ¿Son independientes los sucesos “aprobar parte teórica” y “aprobar parte práctica”?

EJERCICIO 4

El director de una televisión afirma que un nuevo programa que va a emitirse será visto, al menos, por un 30% de personas. Una vez emitido se realizó una encuesta a 500 personas, elegidas al azar, y ésta reveló que 130 de ellas habían visto ese programa.

- a) **(0.5 puntos)** Formule la hipótesis nula y la alternativa del contraste de hipótesis que permite determinar si los datos de la encuesta realizada son compatibles con la afirmación del director.
- b) **(1 punto)** Halle la región crítica de ese contraste para un nivel de significación del 5.5%.
- c) **(1 punto)** Según el dato obtenido en el apartado anterior ¿qué conclusión se obtiene sobre la afirmación realizada por el director de esa televisión?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

- a) (1.5 puntos) Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $N^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, razone cuáles de las siguientes operaciones tienen sentido y efectúe las que puedan realizarse:

$$M + N^t, \quad M^t \cdot N, \quad M \cdot N.$$

- b) (1 punto) Un industrial cafetero produce dos tipos de café, natural y descafeinado, en tres modalidades cada uno, A, B y C. Se han anotado en la matriz P los pesos, en kg, del café que el industrial produce de cada una de las modalidades de cada tipo, y en la matriz Q los precios a los que vende el kg de cada producto final:

| | | | | | | | | | |
|------|---------|--|---|--|------|---------|--|--|--|
| | A | B | C | | A | B | C | | |
| $P:$ | natural | $\begin{pmatrix} 550 & 400 & 240 \\ 260 & 200 & 100 \end{pmatrix}$ | | | $Q:$ | natural | $\begin{pmatrix} 2.20 & 2.75 & 2.50 \\ 3.20 & 3.90 & 3.60 \end{pmatrix}$ | | |

Efectúe el producto $P \cdot Q^t$ y explique el significado económico de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz resultante.

EJERCICIO 2

- (2.5 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{2^x + x^2}{x}; \quad g(x) = (x^2 + 1)^2 \cdot \ln(e^{3x} + 4); \quad h(x) = \frac{1}{3x} - \frac{5}{x^2 - 2}.$$

EJERCICIO 3

Pedro vive en una ciudad donde el 40% de los días del año hay riesgo de lluvia y el resto no lo hay. Cuando hay riesgo de lluvia, Pedro coge el paraguas un 98% de las veces y cuando no lo hay, un 5% de las veces. Si se selecciona un día del año al azar,

- a) (1.25 puntos) ¿cuál es la probabilidad de que Pedro no haya cogido el paraguas ese día?
- b) (1.25 puntos) ¿cuál es la probabilidad de que exista riesgo de lluvia, si sabemos que ese día Pedro ha cogido el paraguas?

EJERCICIO 4

El peso neto de las tabletas de chocolate de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media μ y desviación típica 7 gramos. Se sabe que 36 tabletas, elegidas al azar, han dado un peso total de 5274 gramos.

- a) (1.25 puntos) Calcule un intervalo con un nivel de confianza del 94% para la media μ .
- b) (1.25 puntos) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuántas tabletas, como mínimo, habrá que tomar como muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, de 3 gramos?