

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

a) **(1 punto)** Plantee, sin resolver, el siguiente problema:

“Un barco puede transportar vehículos de dos tipos: coches y motos. Las condiciones de la nave obligan a que el número de motos no pueda ser inferior a la cuarta parte del de coches ni superior a su doble; además, la suma del número de motos más el doble del número de coches no puede ser mayor que 100. ¿Cuántos vehículos, como máximo, puede transportar este barco?”

b) **(1.5 puntos)** Dado el recinto limitado por las inecuaciones

$$y \geq 30, \quad 3x - y \geq 150, \quad 6x + 7y \leq 840,$$

halle en qué puntos de ese recinto la función $F(x, y) = 6x - 2y$ alcanza su valor mínimo.

EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Estudie la derivabilidad de la función

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x \leq 3. \\ -x^2 + 6x + 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

EJERCICIO 3

Una granja avícola dedicada a la producción de huevos posee un sistema automático de clasificación en tres calibres según su peso: grande, mediano y pequeño. Se conoce que el 40% de la producción es clasificada como huevos grandes, el 35% como medianos y el 25% restante como pequeños. Además, se sabe que este sistema de clasificación produce defectos por rotura en el cascarón que dependen del peso. Así, la probabilidad de que un huevo grande sea defectuoso por esta razón es del 5%, la de uno mediano del 3% y de un 2% la de uno pequeño. Elegido aleatoriamente un huevo,

a) **(1.25 puntos)** ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?

b) **(1.25 puntos)** Si el huevo es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea grande?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) Un director sanitario sostiene que el Índice de Masa Corporal (IMC) medio de los adolescentes de su distrito no supera el nivel 25 (sobrepeso). Para contrastar su afirmación toma una muestra aleatoria de 225 adolescentes que da como resultado un IMC medio de 26. Sabiendo que el IMC sigue una distribución Normal con desviación típica 5 discuta, mediante un contraste de hipótesis con $H_0 : \mu \leq 25$, si la afirmación del director sanitario es correcta, con un nivel de significación del 5%.

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

- (1 punto) Calcule A^2 y A^{2013} .
- (1.5 puntos) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + I_2 = 5B^t - A^2$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-x} & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 6 & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

- (1.5 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función.
- (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

EJERCICIO 3

A la Junta General de Accionistas de una empresa asisten 105 accionistas de los cuales 45 tienen menos de 40 años y 18 más de 60 años. Sometida a votación una propuesta, es rechazada por la tercera parte de los menores de 40 años, por la tercera parte de los que están entre 40 y 60 años y por 4 personas mayores de 60 años; los demás la aceptan.

- (0.75 puntos) Calcule la probabilidad de que, elegida una persona al azar, tenga menos de 40 años y haya aceptado la propuesta.
- (0.75 puntos) La prensa afirmó que la propuesta había sido aceptada por el 80% de los asistentes, ¿es correcta la afirmación?
- (1 punto) Si una persona escogida al azar ha rechazado la propuesta, ¿qué probabilidad hay de que tenga más de 60 años?

EJERCICIO 4

En una población próxima a un puerto deportivo se quiere estimar la proporción de habitantes que navegan al menos una vez a la semana. Se toma una muestra, al azar, de 400 habitantes de la población, de los que 160 afirman navegar al menos una vez en semana.

- (1.5 puntos) Halle el intervalo de confianza del 90% para la proporción de habitantes que navegan al menos una vez en semana.
- (1 punto) A la vista del resultado, se pretende repetir la experiencia para conseguir una cota del error de 0.1 con el mismo nivel de confianza del apartado anterior. ¿Cuántos individuos debe tener al menos la muestra?