

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un fabricante elabora dos tipos de anillos a base de oro y plata. Cada anillo del primer tipo precisa 4 g de oro y 2 de plata, mientras que cada uno del segundo necesita 3 g de oro y 1 de plata. Sabiendo que dispone de 48 g de oro y 20 de plata y que los precios de venta de cada tipo de anillo son 150 euros el primero y 100 euros el segundo, ¿cuántos anillos de cada tipo tendría que producir para obtener los ingresos máximos? ¿A cuánto ascenderían estos ingresos?

EJERCICIO 2

Consideremos la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 5 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ -2x + 11 & \text{si } 4 < x \leq 5 \end{cases}$.

- a) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 4$.
- b) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la función $f(x)$ e indique dónde alcanza su máximo y su mínimo absolutos. ¿Cuál es el valor del máximo? ¿Y del mínimo?

EJERCICIO 3

En un experimento aleatorio, la probabilidad de que ocurra un suceso A es 0.68, la de que ocurra otro suceso B es 0.2, y la de que no ocurra ninguno de los dos es 0.27. Halle la probabilidad de que:

- a) **(1 punto)** Ocurran los dos a la vez.
- b) **(0.75 puntos)** Ocurra B pero no A.
- c) **(0.75 puntos)** Ocurra B, sabiendo que no ha ocurrido A.

EJERCICIO 4

Queremos estudiar la proporción de personas de una población que acceden a internet a través de teléfono móvil. Para ello hacemos una encuesta a una muestra aleatoria de 400 personas de esa población, y obtenemos que 240 de ellas acceden a internet a través del móvil.

- a) **(1.75 puntos)** Determine un intervalo de confianza, al 98.5%, para la proporción de personas de esa población que acceden a internet a través del teléfono móvil.
- b) **(0.75 puntos)** Razone el efecto que tendría sobre la amplitud del intervalo de confianza el aumento o disminución del tamaño de la muestra, suponiendo que se mantuvieran la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1 punto)** En un problema de programación lineal, la región factible es la región acotada cuyos vértices son $A(2, -1)$, $B(-1, 2)$, $C(1, 4)$ y $D(5, 0)$. La función objetivo es la función $f(x, y) = 2x + 3y + k$, cuyo valor máximo, en dicha región, es igual a 19. Calcule el valor de k e indique dónde se alcanza el máximo y dónde el mínimo.

b) **(1.5 puntos)** Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Resuelva, si es posible, la ecuación matricial $B \cdot A + 2X = C$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$.

- a) **(1 punto)** Determine sus máximos y mínimos relativos.
- b) **(1 punto)** Consideremos la función $g(x) = f'(x)$. Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)$, en el punto de abscisa $x = 2$.
- c) **(0.5 puntos)** Dibuje la gráfica de $g(x)$ y de la recta tangente calculada en b).

EJERCICIO 3

Una encuesta realizada en un banco indica que el 60% de sus clientes tiene un préstamo hipotecario, el 50% tiene un préstamo personal y un 20% tiene un préstamo de cada tipo. Se elige, al azar, un cliente de ese banco:

- a) **(1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos préstamos.
- b) **(1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que tenga un préstamo hipotecario sabiendo que no tiene préstamo personal.

EJERCICIO 4

a) **(1.25 puntos)** Una población de 6000 personas se ha dividido en 3 estratos, uno con 1000 personas, otro con 3500 y otro con 1500. En esa población se ha realizado un muestreo estratificado con afijación proporcional, en el que se han elegido al azar 15 personas del tercer estrato. Determine el tamaño de la muestra total obtenida con este muestreo y su composición.

b) **(1.25 puntos)** Dada la población $\{1, 4, 7\}$, construya todas las muestras posibles de tamaño 2 que puedan formarse mediante muestreo aleatorio simple, y halle la varianza de las medias muestrales de todas esas muestras.