

- Instrucciones:
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & -8 & -1 \\ -9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$.

- a) **(0.5 puntos)** Determine la dimensión que debe tener una matriz A para que se verifique la igualdad $A \cdot B = 2C^t$.
- b) **(2 puntos)** Halle la matriz A anterior, sabiendo que de ella se conocen los elementos $a_{31} = 2$, $a_{12} = -3$, $a_{22} = 1$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = -2x^3 + a \cdot e^{-x} + b \cdot x - 1$.

- a) **(1.5 puntos)** Halle los valores de a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en $x = 0$ y que la gráfica de la función pasa por el punto $(0, 0)$.
- b) **(1 punto)** Para $a = 0$ y $b = 1$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

EJERCICIO 3

Sean A y B dos sucesos aleatorios independientes de los que se conoce que: $P(A) = 0.5$ y $P(B) = 0.3$.

- a) **(0.5 puntos)** Diga, razonadamente, si A y B son sucesos incompatibles.
- b) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que suceda A y no suceda B ?
- c) **(1 punto)** Calcule $P(A/B^c)$.

EJERCICIO 4

Una panadería produce barras de pan cuya longitud, medida en centímetros, sigue una distribución Normal con una desviación típica de 5 centímetros.

- a) **(1 punto)** A partir de una muestra de 100 barras de pan se ha calculado el intervalo de confianza para la media poblacional, resultando ser $(31.2, 33.4)$. Halle la media muestral y el error de estimación.
- b) **(1.5 puntos)** Para un nivel de confianza del 96%, halle el tamaño muestral mínimo necesario para que el error de estimación máximo sea 1.5.

OPCIÓN B

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

EJERCICIO 1

Un nutricionista receta a una de sus pacientes una dieta semanal especial basada en lácteos y pescado. Cada kg de lácteos cuesta 6 € y proporciona 3 unidades de proteínas y 1 de calorías; cada kg de pescado cuesta 12 €, aportando 1 unidad de proteínas y 2 de calorías.

La dieta le exige no tomar más de 4 kg, conjuntamente, de lácteos y pescado, y un aporte mínimo de 4 unidades de proteínas y 3 de calorías.

- a) **(1 punto)** Plantee el problema para obtener la combinación de ambos alimentos que tenga el coste mínimo.
- b) **(1.5 puntos)** Dibuje la región factible y determine la solución óptima del problema.

EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Sea la función f , definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

Determine los valores que han de tomar a y b para que la función f sea derivable en $x = 0$.

EJERCICIO 3

Un estudio estadístico de la producción de una fábrica de batidoras determina que el 4.5% de las batidoras presenta defectos eléctricos, el 3.5% presenta defectos mecánicos y el 1% presenta ambos defectos. Se escoge al azar una batidora.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos defectos.
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que tenga un defecto mecánico sabiendo que tiene un defecto eléctrico.
- c) **(0.5 puntos)** Justifique si los sucesos “tener un defecto eléctrico” y “tener un defecto mecánico” son independientes. ¿Son incompatibles?

EJERCICIO 4

Queremos estudiar la proporción de personas de una población que usan una determinada marca de ropa; para ello se hace una encuesta a 950 personas y se obtiene que 215 de ellas usan esa marca. Utilizando un contraste de hipótesis ($H_0 : p \geq 0.25$):

- a) **(1.5 puntos)** ¿Podemos afirmar con estos datos y con un nivel de significación del 5% que al menos el 25% de toda la población usa esa marca de ropa?
- b) **(1 punto)** ¿Y con un nivel de significación del 1%?