



**Instrucciones:**

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

**Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)**

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

**BLOQUE A**

**EJERCICIO 1**

Tres institutos piden presupuesto de alojamiento en Roma en dos agencias de viajes, que les dan el precio por noche según tipo de habitación: individual, doble y triple.

La primera agencia ofrece los siguientes precios: individual a 65 euros, doble a 85 euros y triple a 104 euros. La segunda agencia oferta la individual a 78 euros, la doble a 83 euros y la triple a 106 euros.

El primer instituto necesita tres habitaciones individuales, quince dobles y dos triples, el segundo dos individuales, doce dobles y cinco triples y el tercer instituto una individual, dieciséis dobles y siete triples.

- (1 punto)** Expresar, mediante una matriz  $A$ , los precios de las dos agencias según tipo de habitación y con otra matriz  $D$  la demanda de los tres institutos.
- (1 punto)** Mediante operaciones con las matrices anteriores, calcule el precio por noche que cada agencia facilita a los distintos institutos por el total de habitaciones solicitadas. ¿Qué agencia le interesaría a cada instituto?
- (0.5 puntos)** ¿Existe la inversa de la matriz  $D$ ? ¿Y de la matriz  $A$ ? Justifique las respuestas.

**EJERCICIO 2**

- (1.75 puntos)** Represente la región factible definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:  
$$x + 2y \leq 13 \quad x - y \leq 4 \quad x - 2y \geq -7 \quad x + y \geq 5$$
- (0.75 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo  $F(x, y) = x + y$  en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

**BLOQUE B**

**EJERCICIO 3**

Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{a}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ a + b e^x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- (1.25 puntos)** Calcule los valores  $a$  y  $b$  para que la función sea continua y derivable en su dominio.
- (0.75 puntos)** Para  $a = 2$  y  $b = -2$ , estudie la monotonía de la función  $f$  y calcule sus extremos relativos.
- (0.5 puntos)** Para  $a = 2$  y  $b = -2$ , determine las ecuaciones de las asíntotas de  $f$ , si existen.

**EJERCICIO 4**

Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{si } x \leq 2 \\ -x^2 + 6x - 8 & \text{si } 2 < x < 4 \\ \frac{x-3}{x} & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

- (1.25 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de  $f$  en su dominio.
- (0.75 puntos)** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f$ .
- (0.5 puntos)** Calcule  $\int_2^3 f(x) dx$ .



**BLOQUE C**

**EJERCICIO 5**

Una urna contiene 6 bolas rojas y 4 azules. Se extrae una bola al azar y se reemplaza por seis bolas del otro color. A continuación, se vuelve a extraer una segunda bola de la urna.

- (1.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja.
- (1 punto)** Si sabemos que la segunda bola extraída es azul, ¿cuál es la probabilidad de que también lo haya sido la primera?

**EJERCICIO 6**

Una empresa fabrica dos tipos de bombillas: una LED y otra halógena. Se sabe que un 5% de las LED y un 2% de las halógenas salen defectuosas. Se elige al azar una bombilla de una caja que contiene 40 bombillas LED y 10 halógenas.

- (1.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que la bombilla elegida no sea defectuosa.
- (1 punto)** Calcule la probabilidad de que la bombilla elegida sea LED, sabiendo que es defectuosa.

**BLOQUE D**

**EJERCICIO 7**

- (1 punto)** Una población de 25 000 personas se ha dividido en cuatro estratos con tamaños 15 000, 5 000, 3 000 y 2 000 personas respectivamente. En esa población se ha realizado un muestreo estratificado con afijación proporcional, en el que se han elegido al azar 36 personas del tercer estrato. Determine el tamaño de la muestra total obtenida con este muestreo y su composición.
- (1.5 puntos)** Dada la población  $P = \{2, 4, 6\}$ , construya todas las muestras posibles de tamaño 2 que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple y halle la desviación típica de las medias muestrales obtenidas con todas esas muestras.

**EJERCICIO 8**

Se ha tomado una muestra de 16 pacientes tratados por un especialista y se ha observado que el tiempo de espera en su consulta, en minutos, ha sido de:

8 9.2 10 8.5 12 9 11.3 7 8.5 8.3 7.6 9 9.4 10.5 8.9 6.8

Supongamos que el tiempo de espera en esta consulta se distribuye según una ley Normal de varianza 4 y media desconocida.

- (1.5 puntos)** Halle un intervalo de confianza al 97.5% para estimar el tiempo medio de espera de los pacientes tratados por este especialista.
- (1 punto)** ¿Cuál debería ser el tamaño mínimo de la muestra para asegurar, con un nivel de confianza del 90%, que el error cometido sea, a lo sumo, de 0.3 minutos?