



Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

BLOQUE A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un laboratorio farmacéutico tiene una línea de producción con dos medicamentos A y B , con marca comercial y genérico respectivamente, de los cuales, entre los dos como máximo puede fabricar 10 unidades a la hora. Desde el punto de vista del rendimiento, se han de producir al menos 4 unidades por hora entre los dos y por motivos de política sanitaria, la producción de A ha de ser como mucho 2 unidades más que la de B .

Cada unidad de tipo A que vende le produce un beneficio de 60 euros, mientras que cada unidad de tipo B le produce un beneficio de 25 euros. Si se vende todo lo que se produce, determine las unidades de cada medicamento que deberá fabricar por hora para maximizar su beneficio y obtenga el valor de dicho beneficio.

EJERCICIO 2

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$.

- (0.5 puntos)** Calcule el valor del parámetro a para que la matriz A no tenga inversa.
- (1.25 puntos)** Para $a = 3$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A - X \cdot B = C$.
- (0.75 puntos)** Para $a = 3$, compruebe que $A^2 = 11 \cdot A$ y exprese A^8 en función de la matriz A .

BLOQUE B

EJERCICIO 3

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ (x-1)^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$

- (1 punto)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en todo su dominio.
- (0.7 puntos)** Calcule los extremos de la función f .
- (0.8 puntos)** Represente el recinto que encierra la gráfica de f , las rectas $x = -1$, $x = 1$ y el eje OX . Calcule el área de dicho recinto.

EJERCICIO 4

- (2 puntos)** Sea f una función de la que sabemos que la gráfica de su derivada, f' , es una parábola con vértice en el punto $(0, 8)$ que corta al eje de abscisas en los puntos $(-4, 0)$ y $(4, 0)$.

- Dibuje la gráfica de f' .
- A partir de dicha gráfica, halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f , así como las abscisas de los extremos relativos de f .
- Sabiendo que la gráfica de f pasa por el origen de coordenadas, calcule la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

- (0.5 puntos)** Calcule la derivada de la función $g(x) = (-3 + x^2) \cdot e^{2x-1}$



BLOQUE C

EJERCICIO 5

Un equipo andaluz de baloncesto jugó en una temporada un 40 % de los partidos en casa y el resto fuera. De los partidos que jugó en casa, obtuvo un 60 % de victorias y el resto fueron derrotas, mientras que de los que jugó fuera, obtuvo un 30 % de victorias y el resto derrotas. Se elige un partido de este equipo al azar.

- (1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que el partido acabase en victoria.
- (1 punto)** Calcule la probabilidad de que el partido haya sido jugado en casa, sabiendo que el resultado final fue una derrota.
- (0.25 puntos)** Si además se sabe que el 10 % de las victorias obtenidas en casa y el 20 % de las obtenidas fuera se produjeron tras una prórroga, calcule la probabilidad de que el partido acabase en victoria y que además esa victoria haya sido tras una prórroga.

EJERCICIO 6

Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo espacio muestral con $P(A^c) = 0.4$ y $P(A \cap B^c) = 0.12$.

- (0.5 puntos)** Calcule $P(A)$ y $P(A \cap B)$.
- (0.5 puntos)** Determine $P(B)$ para que A y B sean independientes.
- (1.5 puntos)** Si $P(B^c) = 0.2$, calcule $P(A \cup B)$, $P(A^c \cup B^c)$ y $P(A/B^c)$.

BLOQUE D

EJERCICIO 7

- (1 punto)** En una población constituida por los números naturales del 1 al 9, ¿cuántas muestras de tamaño 2 se pueden formar por muestreo aleatorio simple? Si se elige al azar una de esas muestras, ¿cuál es la probabilidad de que el valor medio de los dos números de esa muestra sea 5?
- (1.5 puntos)** Para estimar la proporción de andaluces contagiados por una enfermedad infecciosa en un momento determinado, se ha tomado una muestra de 10 000 personas, resultando que 500 de ellas estaban infectadas.
 - Con ese dato, establezca un intervalo, al 97 % de confianza, para la proporción real de infectados en la población andaluza.
 - A la vista del intervalo obtenido, razone si se podría aceptar que el 6 % de la población andaluza estaba infectada.
 - Se toma una nueva muestra de mayor tamaño y resulta que hay la misma proporción de positivos en la nueva muestra. Con estos nuevos datos, razone si el nuevo intervalo al 97 % de confianza contiene al intervalo anterior o está contenido en él.

EJERCICIO 8

El tiempo, en horas, que los alumnos de un instituto dedican a estudiar para los exámenes finales, se distribuye siguiendo una ley Normal de media desconocida y varianza 81. Se toma una muestra aleatoria de 16 alumnos de dicho instituto, obteniéndose los siguientes tiempos:

30 42 38 45 52 60 21 26 33 44 28 49 32 51 49 40

- (1.5 puntos)** Obtenga un intervalo, con un 95 % de confianza, para estimar el tiempo medio de estudio de los alumnos de ese instituto.
- (1 punto)** Calcule el mínimo tamaño de la muestra que se ha de tomar, para estimar el tiempo medio de estudio de esos alumnos con un error inferior a 2 horas y un nivel de confianza del 98 %.