Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials

Model 2

Conteste de manera clara y razonada una de les dos opciones propuestas. Se dispone de 90 minutos. Cada cuestión se puntúa sobre 10 puntos. La calificación final se obtiene al dividir el total entre 4. Se valorarán la corrección y la claridad en el lenguaje (matemático y no matemático) utilizado por el alumno. Se valorarán negativamente los errores de cálculo. Podéis utilizar calculadora de cualquier tipo, científica, gráfica o programable, pero no se autorizará el uso de las que traigan información almacenada o puedan transmitirla.

OPCIÓN A

1 *a*) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -1 & b \end{pmatrix}$ determinar, los valores de a y b de manera que la matriz A verifique que $A^2 = A$. (4 puntos)

b) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ calcular la matriz X para que se cumpla la ecuación matricial $A \cdot X - 2 \cdot I = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, donde I es la matriz identidad $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. (6 puntos)

2 Un agricultor estima que el cuidado de cada m^2 de plantado de lechugas requiere semanalmente 45 minutos, mientras que el de col exige 50. Dispone de un terreno de $40m^2$ de extensión que puede dedicar totalmente o parcialmente al cultivo de las dos verduras, pero quiere plantar al menos 3m^2 más de col que de lechugas. El m^2 de lechugas le reporta un beneficio de 3€, mientras que el de col le proporciona 4€, planificando obtener al menos un beneficio de 60€. ¿Cuanta extensión le interesa plantar de cada verdura si su objetivo es que el tiempo dedicado al cuidado del cultivo sea mínimo? Se ha de plantear el problema como un problema de programación lineal, representar gráficamente su conjunto factible de soluciones determinando y dibujando sus vértices, y resolverlo. (10 puntos)

3 *a*) Calcular el máximo y el mínimo absoluto de la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ en el intervalo $[1, 4]$. (6 puntos)

b) Estudiar la continuidad en el intervalo $[0, 4]$ de la función (4 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & 0 \leq x < 1, \\ x^3 - 6x^2 + 9x + 1, & 1 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

4 En cierto curso de segundo de bachillerato de un IES el 72,5 % de los alumnos aprobaron Matemáticas. De los alumnos que aprobaron Matemáticas, el 70 % aprobó también Biología. Por otra parte el 33,3 % de los que no aprobaron Matemáticas, aprobaron Biología.

a) Expresar los datos proporcionados como probabilidades y dar un árbol que represente los datos. (3 puntos)

b) ¿Qué porcentaje consiguió aprobar ambas asignaturas a la vez? (2 puntos)

c) ¿Cuál fue el porcentaje de aprobados en la asignatura de Biología? (3 puntos)

d) Si un estudiante no aprobó Biología, ¿qué probabilidad hay que aprobara Matemáticas? (2 puntos)

OPCIÓN B

$\boxed{1}$ Una multinacional tiene tres delegaciones, una en Palma, otra en Ciudadela y la última en Ibiza. El número total de altos ejecutivos de las tres delegaciones asciende a 31. Para que el número de altos ejecutivos de la delegación de Ciudadela fuese igual al de Palma tendrían que trasladarse 3 de Palma a Ciudadela. Además, el número de la de Palma excede en 1 a la suma de las destinadas en las otras dos delegaciones. ¿Cuántos altos ejecutivos están destinados a cada delegación? (10 puntos)

$\boxed{2}$ En un almacén se guardan bidones de aceite de girasol y de oliva. Para atender a los clientes se ha de tener almacenado un mínimo de 20 bidones de aceite de girasol y 40 de aceite de oliva y, además, el número de bidones de aceite de oliva no debe de ser inferior a la mitad del número de bidones de aceite de girasol. La capacidad total del almacén es de 150 bidones. Sabiendo que el gasto de almacenaje de un bidón de aceite de oliva es de 1€ y de uno de girasol de 50 céntimos. ¿Cuántos bidones de cada tipo habrá que almacenar para que el gasto sea mínimo? ¿Y para que el gasto sea máximo?. Se ha de plantear el problema como un problema de programación lineal, representar gráficamente su conjunto factible de soluciones determinando y dibujando sus vértices, y resolverlo. (10 puntos)

$\boxed{3}$ Considerar dos sucesos, A y B. Si se conocen las probabilidades

$$p(A) = 0{,}84, \quad p(B) = 0{,}5, \quad p(A^c \cup B^c) = 0{,}58.$$

(donde A^c es el suceso complementario d'A). Entonces:

a) ¿Son independientes los sucesos A i B? (5 puntos)

b) Calcular la probabilidad de que se cumplan B y A^c. (5 puntos)

$\boxed{4}$ El cociente intelectual de unos universitarios se distribuye normalmente con una media de 100 y una desviación típica de 10.

a) Se elige una persona al azar. Busca la probabilidad de que su cociente intelectual se encuentre entre 98 y 103. (4 puntos)

b) Se elige una muestra de veinticinco personas al azar. Busca la probabilidad de que la media de sus cocientes intelectuales se encuentre entre 98 y 103. (6 puntos)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Cuadro 2: Tabla de la distribución normal $N(0, 1)$.