

Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials

Model 3

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul. Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1 Considerau el sistema d'equacions donat per

$$\begin{cases} kx + y - z = 1, \\ x - ky + z = 4, \\ x + y + kz = 0, \end{cases}$$

- (a) Discussiu el sistema en funció del paràmetre k . (6 punts)
- (b) Resoleu-lo quan $k = 1$. (4 punts)

2 (a) Representau gràficament el conjunt de punts que satisfan les inequacions lineals següents:

$$x + 4y \geq 18, \quad (1)$$

$$3x - 2y \leq 12, \quad (2)$$

$$-x - y \leq -6, \quad (3)$$

$$x \geq 0, \quad y \geq 0. \quad (4)$$

Assenyalau damunt la gràfica els vèrtexs amb les seves coordenades, així com l'equació que correspon a cadascuna de les rectes que la delimiten. Indicau si és o no una regió fitada del pla. (5 punts)

- (b) Indicau la posició dels punts $P = (2, 2)$ i $Q = (5, 10)$ en relació amb la regió determinada a l'apartat a). En cas que el punt sigui exterior indicau, comprovant-ho algebraicament, quina o quines de les inequacions no compleix. (3 punts)
- (c) Per a la regió representada a l'apartat a) determinau en quins punts agafa el valor mínim la funció $h(x, y) = 2x + 8y$. (2 punts)

3 Hi ha un fons d'inversió la rendibilitat del qual, en funció de la quantitat invertida en euros, ve donada per la funció $R(x) = \begin{cases} -0.0001x^2 + 0.5x & \text{Si } 0 < x \leq 4000, \\ 400 & \text{Si } x \geq 4000. \end{cases}$

Es demana.

- (a) Quina rendibilitat s'obté en invertir 3000 euros? (2 punts)
- (b) Quina quantitat x convé invertir per obtenir la màxima rendibilitat? (6 punts)

- (c) Quina és aquesta màxima rendibilitat? (2 punts)
- 4 Una parella per celebrar el seu 25 aniversari planeja passar un cap de setmana gastronòmic triant a l'atzar una de les tres ciutats del País Basc: B, SS, V. No obstant això, es pronostica temps plujós durant aquests dies. En concret, les probabilitats de pluja durant el cap de setmana considerat són de $3/5$, $2/7$ i $1/4$ a B, SS i V, respectivament.
- (a) Proporcionau el diagrama en arbre associat al problema. (2 punts)
- (b) Quina és la probabilitat que no plogui durant el cap de setmana? (3 punts)
- (c) Quina és la probabilitat que la ciutat escollida sigui SS i no plogui durant la visita? (2 punts)
- (d) La parella ha tingut un cap de setmana plujós. Quina és la probabilitat que hagi estat a la ciutat B? (3 punts)

OPCIÓ B

- 1 La suma de les edats de tres germans d'edats diferents és de 37 anys. La suma de l'edat del gran més el doble de l'edat del mitjà més el triple de l'edat del petit és de 69 anys. L'edat del germà mitjà excedeix en 2 l'edat del petit. Calcula les edats dels tres germans. Planteja un sistema d'equacions que permeti calcular les edats i resol-lo. (10 punts)
- 2 Una fàbrica de mobles produeix dos tipus de butaques S1 i S2. La fàbrica té dues seccions: ebenisteria i tapisseria. Fer una butaca del tipus S1 requereix 1 hora de treball a la secció d'ebenisteria i 2 hores a la de tapisseria. Una butaca del tipus S2 necessita 3 hores d'ebenisteria i 1 de tapisseria. El personal d'ebenisteria subministra un màxim de 90 hores de treball, en tapisseria es disposa d'un màxim de 80 hores. Els beneficis per la venda de cada butaca de S1 i de cada butaca de S2 són de 36 euros i 18 euros, respectivament. Quantes butaques de cada tipus cal produir per maximitzar els beneficis? (10 punts)
- 3 Segons un estudi sobre evolució de la població d'una determinada espècie protegida, es pot establir que el nombre d'individus d'aquesta espècie, durant els propers anys, ve determinada per la funció $f(t) = \frac{50t+500}{t+1}$, on t és el nombre d'anys transcorreguts.
- (a) Calculau la població actual i la prevista per d'aquí a nou anys. (2 punts)
- (b) Determinau els períodes de temps en què la població augmentarà i els períodes en què disminuirà. (6 punts)
- (c) Estudiau si, segons la funció donada, la població tendirà a estabilitzar-se en algun valor i, en cas afirmatiu, determinau aquest valor. (2 punts)
- 4 Una família que fa un viatge en cotxe des de Cartagena per la Comunitat Valenciana té un 50% de possibilitats de visitar la ciutat de València, un 40% de visitar Peníscola i un 30% de visitar ambdues ciutats. Es demana
- (a) La probabilitat que visiti almenys una de les dues ciutats. (2 punts)
- (b) La probabilitat que visiti València però no visiti Peníscola. (3 punts)
- (c) La probabilitat que visiti únicament una de les dues ciutats. (3 punts)
- (d) La probabilitat que visiti Peníscola, sabent que ha visitat València. (2 punts)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 1: Taula de la distribuci3 normal $N(0, 1)$.