



Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 3

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

- Tres ciclistes, C_1 , C_2 i C_3 , surten a entrenar-se. Per cada quilòmetre que recorre C_1 , C_2 recorre 2 quilòmetres i C_3 recorre les tres quartes parts del que recorre C_2 . Al final, la suma de les distàncies recorregudes pels tres ciclistes és de 180 quilòmetres. Quants quilòmetres recorre cada un? (6 punts)
 - Determinau les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & b \\ a & 4 \end{pmatrix}$ tals que $A + A^t = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$; on A^t és la matriu transposada de A . (4 punts)
- Representau gràficament el conjunt de punts que satisfan les inequacions lineals següents:

$$2x + y \leq 6, \quad (1)$$

$$4x + y \leq 10, \quad (2)$$

$$-x + y \leq 3, \quad (3)$$

$$x \geq 0. \quad (4)$$

$$y \geq 0. \quad (5)$$

Indicau si és o no una regió fitada del pla. Assenyalau damunt la gràfica els vèrtexs amb les seves coordenades, així com l'equació que correspon a cadascuna de les rectes que la delimiten. (6 punts)

- Calculau el màxim de la funció

$$f(x, y) = 4x + 2y - 3,$$

en el recinte anterior i indicau on s'aconsegueix. (4 punts)

- El preu d'un article, que ha estat els últims 6 anys al mercat, en funció del temps t (en anys) ha seguit la següent funció

$$f(t) = \begin{cases} 3t^2 + 4 & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ -2t + 20 & \text{si } 2 < t \leq 6 \end{cases}$$

- Representau la funció preu en els últims 6 anys. És contínua aquesta funció? És derivable? (4 punts)
- Estudiau quan ha estat creixent i quan decreixent el preu de l'article. (2 punts)
- Quin va ser el preu màxim que va aconseguir l'article? Quin és el preu actual? (2 punts)



Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 3

- d) Representau la funció derivada. (2 punts)
4. En una capsa hi ha guardats 20 rellotges, dels quals n'hi ha 15 que funcionen correctament.
- a) Representau la situació del problema, quan s'extreuen dos rellotges a l'atzar sense reemplaçament, mitjançant un diagrama en arbre. (3 punts)
 - b) Si s'extreu un rellotge a l'atzar, quina és la probabilitat que funcioni bé? (1 punt)
 - c) Si s'extreuen dos rellotges a l'atzar, sense reemplaçament, quina és la probabilitat que tots dos funcionin bé? (3 punts)
 - d) Si s'extreuen dos rellotges a l'atzar successivament, sense reemplaçament, i el primer no funciona correctament, quina és la probabilitat que el segon tampoc no hi funcioni? (3 punts)



Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 3

OPCIÓ B

1. a) Determinau tres nombres, A , B i C , tals que la seva suma sigui 210, la meitat de la suma del primer i de l'últim més la quarta part de l'altre sigui 95, i la mitjana dels dos últims sigui 80. (6 punts)
- b) Determinau la forma de les matrius $A = \begin{pmatrix} -a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ perquè no admetin inversa. Escriviu algun exemple particular d'aquestes matrius. (4 punts)
2. a) Representau gràficament el conjunt de punts que satisfan les inequacions lineals següents:

$$x + y \geq 2, \quad (1)$$

$$x - y \leq 0, \quad (2)$$

$$y \leq 4, \quad (3)$$

$$x \geq 0. \quad (4)$$

Indicau si és o no una regió fitada del pla. Assenyalau damunt la gràfica els vèrtexs amb les seves coordenades, així com l'equació que correspon a cadascuna de les rectes que la delimiten. (5 punts)

- b) Calculau el màxim i el mínim de la funció

$$f(x, y) = x + y,$$

en el recinte anterior i indicau on s'aconsegueixen. (4 punts)

- c) Pertany el punt $(1/3, 4/3)$ al recinte anterior? Justificau la resposta. (1 punt)

3. Els beneficis (en milers d'euros) per la venda d'un producte en funció de la inversió realitzada en promoció (en milers d'euros) vénen donats per:

$$B(x) = \begin{cases} 5x + 15, & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ -(x - 3)^2 + 30, & \text{si } 3 < x \leq 8 \end{cases}$$

- a) És contínua aquesta funció? És derivable? Representau-la gràficament. (4 punts)
 - b) Quan creix i quan decreix la funció benefici? (2 punts)
 - c) Quan s'obtenen els beneficis mínim i màxim? (2 punts)
 - d) Representau la funció derivada. (2 punts)
4. a) L'antiguitat dels avions comercials segueix una distribució normal amb una desviació típica de 8,28 anys. S'agafa una mostra de 40 avions i l'antiguitat mitjana és de 13,41 anys. Obteniu un interval de confiança del 90% per a l'antiguitat mitjana. (6 punts)
 - b) Quina grandària mínima haurà de tenir la mostra per obtenir un interval de confiança al 95% amb la mateixa amplitud que l'anterior? (4 punts)



Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 3

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 3: Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.