



## Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 1

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

### OPCIÓ A

1. a) Comprovau si la inversa de la matriu  $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$  coincideix amb la seva transposada? (4 punts)
- b) Determinau, en els casos en què sigui possible, les solucions del sistema d'equacions

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & k & 1 \\ 0 & 1 & k/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(6 punts)

2. a) Representau gràficament el conjunt de punts que satisfan les inequacions lineals següents:

$$2x + 5y \leq 50, \quad (1)$$

$$3x + 5y \leq 55, \quad (2)$$

$$5x + 2y \leq 60, \quad (3)$$

$$x + y \leq 18, \quad (4)$$

$$x \geq 0, y \geq 0. \quad (5)$$

Indicau si és o no una regió fitada del pla. Assenyalau damunt la gràfica els vèrtexs amb les seves coordenades, així com l'equació que correspon a cadascuna de les rectes que la delimiten. (5 punts)

- b) Indicau la posició dels punts  $P = (5, 5)$  i  $Q = (12, 12)$  en relació amb la regió determinada a l'apartat a). En cas que el punt sigui exterior indicau, comprovant-ho algebraicament, quina o quines de les inequacions no compleix. (3 punts)
- c) Per a la regió representada a l'apartat a) determinau en quins punts agafa el valor màxim la funció  $h(x, y) = 400x + 500y + 1000$ . (2 punts)

3. El nombre d'individus, en milions, d'una població, ve donat per la funció:

$$P(t) = \frac{15 + t^2}{(t + 1)^2},$$

on  $t$  es mesura en anys transcorreguts des de  $t = 0$ . Calculau:

1. La població inicial i la població al cap de 3 anys. (2 punts)



## Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 1

---

2. L'any en què s'aconseguirà la mínima població. Quina serà la grandària d'aquesta població? (6 punts)
3. Quina serà la grandària de la població a llarg termini? (2 punts)

4.

L'alçada mitjana dels joves de 20 anys d'un poble segueix una distribució normal de mitjana 174 cm i desviació típica 10 cm. Es tria una mostra aleatòria simple de 144 joves. Sigui  $\bar{x}$  la mitjana mostral de les alçades observades.

- a) Quines són la mitjana i la variància de la variable aleatòria  $\bar{x}$ ? (4 punts)
- b) Quina és la probabilitat que l'alçada mitjana de la mostra estigui compresa entre 173 cm i 175 cm? (6 punts)



## Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 1

### OPCIÓ B

1. a) En una ebenisteria produeixen cadires, taules i armaris a raó d'un total de 350 peces/mes. Les hores de mà d'obra invertides són 2 hores per cadira, 3 hores per taula i 5 hores per armari, i s'utilitza 1 planxa de fusta per cadira, 2 planxes per taula i 3 planxes per armari. Si es disposa d'un total de 1.050 hores i de 625 planxes de fusta al mes, quantes unitats de cada moble poden fabricar en aquest temps?

(7 punts)

- b) Determinau el valor de  $a$  que fa que la matriu següent no tingui inversa:
- $$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & a \end{pmatrix}$$
- (3 punts)

2. a) Representau gràficament el conjunt de punts que satisfan les inequacions lineals següents:

$$x + y \leq 14, \quad (1)$$

$$2x + 3y \leq 36, \quad (2)$$

$$4x + y \geq 16, \quad (3)$$

$$x - 3y \leq 0. \quad (4)$$

Indicau si és o no una regió fitada del pla. Assenyalau damunt la gràfica els vèrtexs amb les seves coordenades, així com l'equació que correspon a cadascuna de les rectes que la delimiten. (6 punts)

- b) Quines restriccions satisfan els punts  $P = (0, 5)$ ,  $Q = (5, 15)$  i  $R = (0, 15)$ ? (4 punts)

3.

Considerau la següent funció  $f(x) = \frac{-4x}{1+x^2}$ . Es demana:

- a) Calculau la derivada de  $f(x)$ . (2 punts)

- b) Resoleu l'equació  $f'(x) = 0$ . (1 punt)

- c) Determinau els intervals de creixement i decreixement de la funció  $f(x)$ . (2 punts)

- d) Determinau els punts màxims i mínims de la funció  $f(x)$ . (1 punt)

- e) Calculau  $f''(x)$  i resoleu l'equació  $f''(x) = 0$ . Contestau si poden existir o no punts d'inflexió. (4 punts)

4. Un fabricant garanteix que la durada mitjana del seu producte  $A$  és de 1.200 hores amb una desviació típica de 55 hores. Per comprovar el que diu el fabricant respecte a la durada, s'ha realitzat una prova amb 81 unitats del producte i s'ha obtingut una durada mitjana de 1.191 hores. Podem acceptar que la durada mitjana del producte  $A$  és exactament la que diu el fabricant amb un nivell de significació del 8%? (10 punts)



## Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 1: Taula de la distribució normal  $N(0, 1)$ .