



Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 2

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent té solució: (7 punts)

$$\left. \begin{array}{l} x + my + z = 1, \\ 3x + 2y + z = -1, \\ mx + y - z = -1. \end{array} \right\}$$

- b) Resoleu-lo, si és possible, quan $m = 1$. (3 punts)

2. La funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ té un extrem relatiu a $x = 2$ i un punt d'inflexió a $x = 3$. Calculeu els valors de a i b (8 punts), i determineu si aquest extrem és un màxim o un mínim relatiu de f (2 punts).

3. Contestau els apartats següents:

- a) Si la probabilitat de la intersecció de dos successos independents és 0.2 i la de la seva unió és 0.7, quina és la probabilitat de cadascun dels successos? (5 punts)
- b) En un experiment se sap que $p(A) = 0.6$, $p(B) = 0.3$ i $p(A|B) = 0.1$. Calculeu $p(A \cup B)$. (5 punts)

4. Se suposa que la quantitat d'aigua (en litres) recollida cada dia en una estació meteorològica es pot aproximar per una variable aleatòria amb distribució normal de desviació típica $\sigma = 2$. Es tria una mostra aleatòria simple i s'obtenen les següents quantitats d'aigua recollides cada dia en litres:

8.8; 3.8; 6.5; 3.6; 5.5; 7.5; 3.5; 8.9; 7.9; 4

- a) Determineu un interval de confiança per a la quantitat mitjana d'aigua recollida cada dia a l'estació, amb un nivell de confiança del 95%. (5 punts)
- b) Calculeu la grandària mostral mínima necessària perquè en estimar la mitjana d'aigua recollida cada dia a l'estació meteorològica mitjançant la mitjana d'aquesta mostra, l'amplitud de l'interval de confiança sigui inferior a un litre, amb un nivell de confiança del 98%. (5 punts)

Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 2

OPCIÓ B

1. a) Siguin $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ y+x & 7 & 7 \end{pmatrix}$ i $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & x+y & 1 \\ 3 & x+y+z & x+y+z \end{pmatrix}$ dues matrius d'ordre 2×3 , on x, y, z denoten tres nombres reals per determinar.

a.1) Determinau els valors de x, y, z de manera que $\mathbf{A} = \mathbf{B}$. (5 punts)

a.2) És possible el càlcul $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$? Raonau la resposta. (2 punts)

b) Donau un exemple de cadascuna de les matrius següents: una matriu identitat, una matriu simètrica, i una matriu diagonal que no sigui la matriu unitat. (3 punts)

2. Es vol organitzar un pont aeri entre les illes de Mallorca i Menorca, amb places suficients de passatge i càrrega, per a transportar com a mínim 1600 persones i 96 tones d'equipatge i mercaderies. Per fer això es disposa de dos tipus d'avions, 11 de tipus A i 8 de tipus B . La contractació d'un avió de tipus A costa 4000 € i pot transportar 200 persones i 6 tones d'equipatge i mercaderies; els avions de tipus B costen 1000 € cadascun i i podem transportar 100 persones i 15 tones. Quants avions de cada tipus han de utilitzar-se perquè el cost sigui mínim? (10 punts)

S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vèrtexs.

3. El benefici net, en milers d'euros, obtingut per la venda de x unitats d'un article ve donat per la funció

$$B(x) = -x^2 + 9x - 16.$$

Quina és la funció que determina el benefici net unitari? (2 punts) Calculeu el nombre d'unitats de l'article que s'han de vendre per obtenir un benefici net per unitat màxim (7 punts). Determineu aquest benefici net màxim per unitat (1 punt).

4. Una empresa dedicada a l'elaboració de productes derivats del blat de moro té una determinada màquina que envasa els grans de blat de moro en bosses que segueixen una distribució normal amb $\mu = 250 \text{ g}$ i $\sigma = 25 \text{ g}$. Les bosses s'empaqueten en capsos (paquets) de 200 unitats.

a) Determineu la distribució de les mitjanes de les mostres. (2 punts)

b) Calculeu la probabilitat que la mitjana dels pesos de les bosses d'un paquet sigui més petita que 245 g. (3 punts)

c) Calculeu la probabilitat que una capsos de 200 bosses pesi més de 51 kg. (5 punts)

Si es necessita als càlculs aproximeu $\sqrt{2} \approx 1.4142$.

Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 2: Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.