

## Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 1

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

### OPCIÓ A

1. a) Donades les matrius

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix},$$

resoleu l'equació matricial  $\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}^t = \mathbf{B}$ , on  $\mathbf{X}$  és una matriu quadrada d'ordre 2 i  $\mathbf{B}^t$  és la transposada de la matriu  $\mathbf{B}$ . (6 punts)

b) Donau un exemple de les matrius següents: (4 punts)

- i) Una matriu fila amb tres columnes.
- ii) Una matriu columna amb tres files.
- iii) Una matriu de dimensions  $3 \times 2$ .
- iv) Una matriu simètrica de dimensions  $3 \times 3$ .

2. Per a fabricar dos tipus de cables,  $A$  i  $B$ , que es vendran a 150 € i 100 € l'hectòmetre, respectivament, s'utilitzen 18 kg de plàstic i 3 kg de coure per a cada hectòmetre del tipus  $A$  i 6 kg de plàstic i 12 kg de coure per a cada hectòmetre del tipus  $B$ . Dues vegades el cable fabricat del tipus  $B$  no pot ser més gran que tres vegades el cable fabricat del tipus  $A$ . A més, solament tenim 348 kg de plàstic i 168 kg de coure. Determinau la longitud, en hectòmetres, de cada tipus de cable perquè la quantitat de diners obtinguda en la venda sigui màxima. (9 punts) Quina és aquesta quantitat màxima? (1 punt)

S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vèrtexs.

3. La cotització de les accions d'una determinada societat anònima, suposant que la borsa funciona tots els dies d'un mes de 30 dies, respon a la funció següent:

$$C(x) = x^3 - 45x^2 + 243x + 30000,$$

sent  $x$  el nombre de dies. Es demana:

- a) Quina és la cotització de partida de les accions de la societat? (1 punt)
- b) Determinau els períodes de creixement i decreixement de les cotitzacions durant aquest mes. (5 punts)
- c) Determinau els dies en què s'aconsegueixen les cotitzacions màxima i mínima. (3 punts)



## Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 1

---

*d)* Quines són les cotitzacions màxima i mínima? (1 punt)

4. Un estudiant fa dues proves en un mateix dia. La probabilitat que aprovi la primera prova és de 0.6; la probabilitat que aprovi la segona és de 0.8, i la probabilitat que aprovi ambdues és de 0.5.

*a)* Quina és la probabilitat que aprovi almenys una prova? (2 punts)

*b)* Quina és la probabilitat que no aprovi cap prova? (3 punts)

*c)* Són “aprovar la primera prova” i “aprovar la segona prova” successos independents? (1 punt)

*d)* Quina és la probabilitat que aprovi la segona prova en cas de no haver superat la primera? (4 punts)

## Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 1

### OPCIÓ B

1. Considerau la matriu

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & -1 \\ 1 & 1 & -m \end{pmatrix}.$$

- a) Determinau per a quins valors del paràmetre  $m$  existeix  $A^{-1}$ . (3 punts)
- b) Calculau  $\mathbf{A}^{-1}$  per a  $m = 2$ . (4 punts)
- c) Resoleu, per a  $m = 2$ , el sistema (3 punts)

$$\mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

2. D'un problema de programació lineal es dedueixen les restriccions següents:

$$4x + 3y \geq 12, \quad y \leq 30, \quad x \leq \frac{10 + y}{2}, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

- a) Representau gràficament la regió factible del problema i calculau els vèrtexs. (6 punts)
- b) Maximitzau en aquesta regió factible la funció objectiu  $F(x, y) = x + 3y$ . (3 punts)
- c) Pertany el punt (11, 10) a la regió factible? (1 punt)

3. Considerau la funció  $f(x) = (x^2 + a)e^{ax}$ , sent  $a$  un paràmetre real.

- a) Raonau i determinau quin és el domini de la funció  $f(x)$ . (1 punt)
- b) Determinau el valor de  $a$  perquè la gràfica de la funció  $f(x)$  passi pel punt (0, 4). (2 punts)
- c) Per a  $a = -2$  determinau els intervals de creixement i de decreixement de  $f(x)$ . Existeixen màxims i mínims relatius de  $f(x)$ ? En cas afirmatiu, digueu on els aconseguix i quins valors tenen. (7 punts)

4. a) Per a estudiar el consum de llet, en litres, per persona al mes, s'ha triat una mostra de 150 persones amb un consum mitjà de 22 litres per persona i mes. Si aquest consum segueix una distribució normal la desviació típica de la qual és 6, determinau un interval de confiança per al consum mitjà per persona i mes amb un nivell de confiança del 96%. (5 punts)
- b) Es vol estimar el consum mitjà de llet, en litres, per persona al mes. Si aquest consum segueix una distribució normal amb desviació típica 6, quina és la grandària mostral mínima que es necessita per a estimar el consum mitjà amb un error menor d'1 litre i amb un nivell de confiança del 90%? (5 punts)

## Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Model 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 1: Taula de la distribució normal  $N(0, 1)$ .