MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El examen presenta dos opciones, A y B. El alumno deberá elegir UNA Y SÓLO UNA de ellas, y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados los puntos $A(1, 0,1)$ y $B(0, 2, 0)$, y el plano $\pi \equiv x - 2y - z = 0$, determinar el plano que es perpendicular al plano π y pasa por los puntos A y B.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las rectas:

$$r \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-k}{1} \ , \ s \equiv \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 3x + z = 1 \end{cases}$$

a) (1 punto) Hallar el valor de k para que las dos rectas estén contenidas en el mismo plano.

b) (1 punto) Para el valor de k obtenido en el apartado anterior, determinar la ecuación general del plano que las contiene.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos.

Se considera el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 4y + 3z = 9 \\ mx + 2y + z = 5 \\ x + y + z = 2 \end{array}\right\}$$

Se pide:

a) (1,5 puntos) Determinar los valores de m, para que el sistema dado tenga solución única.

b) (1,5 puntos) Resolverlo para rrr = 1.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos.

Sea la función $f(x) = \dfrac{senx}{2 - \cos x}$ definida en el intervalo cerrado y acotado [-2 π , 2 π]. Se pide:

a) (1 punto) Calcular los puntos del intervalo dado donde alcanza sus valores máximo y mínimo absolutos.

b) (1 punto) Dibujar la gráfica de la función f en el intervalo dado.

c) (1 punto) Calcular:

$$\int_0^{\pi/3} f(x)dx$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2 puntos.

Un mayorista del sector turístico vende a la agencia de viajes A, 10 billetes a destinos nacionales, 10 billetes a destinos extranjeros europeos comunitarios, y 10 billetes a destinos internacionales no comunitarios, cobrando por todo ello 12.000 euros. A una segunda agencia B le vende 10 billetes a destinos nacionales y 20 a internacionales no comunitarios, y cobra 13.000 euros. A una tercera agencia C le vende 10 billetes a destinos nacionales y 10 a destinos extranjeros europeos comunitarios, cobrando 7.000 euros. Se pide:

a) (1,5 puntos) Hallar el precio de cada tipo de billete.

b) (0,5 puntos) Por razones de mercado, el mayorista se ve obligado a bajar un 20 por ciento el precio de todos los billetes nacionales. Hallar en qué porcentaje debe incrementar el precio de todos los billetes extranjeros europeos comunitarios (suponiendo que mantiene constante el precio de todos los billetes internacionales no comunitarios) para mantener constantes sus ingresos totales por las ventas a las tres agencias.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Sean A y B dos matrices invertibles que verifican la identidad $A+B = AB$. Comprobar que entonces se tiene la fórmula:

$$(I-B)^{-1} = -B^{-1}A$$

(donde I denota la matriz identidad).

b) (l punto) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ hallar la matriz B para la cual se verifica $A+B = AB$

Ejercicio 3. Calificación máxima: 3 puntos.

Sea la función $f(x) = 2x|4-x|$.

a) (1 punto) Estudiar su continuidad y derivabilidad.

b) (1 punto) Dibujar su gráfica.

c) (1 punto) Calcular el área del recinto acotado por la gráfica y = *f*(x), las rectas *x*= 0, *x*= 5, y el eje OX.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el plano $\pi \equiv x + y + z = 0$, y la recta $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$, se pide:

a) (1 punto) Calcular el punto Q en el que se cortan el plano r y la recta r.

b) (2 puntos) Encontrar un plano π', paralelo a π, tal que el punto Q' en el que se cortan el plano π' y la recta r esté a distancia 2 del punto Q hallado en el apartado anterior.