

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.

El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio figura en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN A

1. (2 puntos). Dado el sistema homogéneo:

$$\begin{cases} x + ky - z = 0 \\ kx - y + z = 0 \\ (k+1)x + y = 0 \end{cases}$$

averiguar para qué valores de  $k$  tiene soluciones distintas de  $x = y = z = 0$ . Resolverlo en tales casos.

2. (2 puntos). Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  encontrar todas las matrices

$$P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

tales que  $AP = PA$ .

3. (3 puntos). a) (1 punto). Dibujar la gráfica de la función  $f(x) = \frac{2x}{x+1}$  indicando su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y asíntotas.

b) (1 punto). Demostrar que la sucesión  $a_n = \frac{2n}{n+1}$  es monótona creciente.

c) (1 punto). Calcular  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2(a_{n+1} - a_n)$ .

4. (3 puntos). Sean las rectas:

$$r: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-4} \quad s: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{1}$$

a) (1,5 puntos). Hallar la ecuación de la recta  $t$  que pasa por el origen y corta a las dos rectas anteriores.

b) (1,5 puntos). Hallar la recta perpendicular común a las rectas  $r$  y  $s$ .

---

OPCIÓN B

1. (2 puntos). Sea  $r$  la recta que pasa por el origen de coordenadas  $O$  y tiene como vector director  $\mathbf{v} = (4,3,1)$ . Hallar un punto  $P$  contenido en dicha recta, tal que si se llama  $Q$  a su proyección sobre el plano  $\pi: z = 0$ , el triángulo  $OPQ$  tenga área 1.

2. (2 puntos). Determinar la posición relativa de las rectas:

$$r: \frac{x+4}{-3} = \frac{y-7}{4} = \frac{z}{1} \quad s: \begin{cases} x+2y-5z-5=0 \\ 2x+y+2z-4=0 \end{cases}$$

3. (3 puntos). Dada la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -a \\ 2a & 1 & -1 \\ 2 & a & 1 \end{pmatrix}$$

a) (1,5 puntos). Determinar el rango de  $M$  según los valores del parámetro  $a$ .

b) (1,5 puntos). Determinar para qué valores de  $a$  existe la matriz inversa de  $M$ . Calcular dicha matriz inversa para  $a = 2$ .

4. (3 puntos). a) (1,5 puntos). Estudiar y representar gráficamente la función:

$$f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$$

b) (1,5 puntos). Hallar el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de la función anterior y las rectas  $y = 1$ ,  $x = 5/2$ .

**MATEMÁTICAS II****CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN****OPCIÓN A**

1. Discusión: 1 punto.  
Resolución de todos los casos: 1 punto.
2. Planteamiento: 0,5 puntos.  
Resolución: 1,5 puntos.
3. Apartado a): 1 punto.  
Apartado b): 1 punto.  
Apartado c): 1 punto.
4. Apartado a): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.  
Apartado b): 1,5 puntos.

**OPCIÓN B**

1. Planteamiento: 1 punto.  
Resolución: 1 punto.
2. Planteamiento: 1 punto.  
Resolución: 1 punto.
3. Apartado a): Planteamiento, 0,75 puntos. Discusión, 0,75 puntos.  
Apartado b): Cálculo de los valores de  $a$ , 0,5 puntos. Cálculo de la matriz inversa, 1 punto.
4. Apartado a): 1,5 puntos.  
Apartado b): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.