UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso **2015-2016**
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = (6-x)e^{x/3}$, se pide:

a) (1 punto) Determinar su dominio, asíntotas y cortes con los ejes.

b) (1 punto) Calcular su derivada, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos.

c) (1 punto) Determinar el área del triángulo que forman los ejes coordenados con la tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $x = 0$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las rectas $r \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x-2z-1 & = & 0 \\ x+y+z-4 & = & 0 \end{array} \right.$ y $s \equiv \{(2+\lambda, 1-3\lambda, \lambda); \lambda \in \mathbb{R}\}$, se pide:

a) (1 punto) Obtener la recta que pasa por el punto $P(1,0,5)$ y corta perpendicularmente a r.

b) (1 punto) Obtener el plano que contiene a la recta r y es paralelo a s.

c) (1 punto) Hallar la distancia entre las rectas r y s.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2 puntos.

a) (1 punto) Determine, si es posible, los parámetros α y β de modo que se verifique la igualdad:

$$\alpha \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

b) (1 punto) Determine los posibles valores de λ para que el rango de la matriz A sea 2, donde

$$A = \lambda \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2 puntos.

Cierta fundación ha destinado 247 000 euros para la dotación de 115 becas de estudios. El importe de cada beca es de 3000 euros, si el estudiante cursa un grado universitario; de 2000 euros, si cursa formación profesional y de 1500 euros, si realiza estudios de postgrado. Sabiendo que la fundación ha concedido doble número de becas de formación profesional que de postgrado, ¿cuántas becas ha concedido a cada nivel de estudios?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dado el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left\{\begin{array}{rcccccl} 2x & + & (a-1)y & - & 2z & = & a \\ 2x & + & y & - & az & = & 2 \\ -x & + & y & + & z & = & 1-a, \end{array}\right.$$

se pide:

a) (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro a.
b) (1 punto) Resolverlo cuando sea posible.

Ejercicio 2. **Calificación máxima:** 3 puntos.
Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{5-x} & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{1}{5+x} & \text{si} \quad x > 0, \end{cases}$$

se pide:

a) (1 punto) Estudiar la continuidad de f y determinar sus asíntotas.
b) (1 punto) Estudiar la derivabilidad de f y calcular $f'(x)$ donde sea posible.
c) (1 punto) Calcular $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

Ejercicio 3. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Sea π el plano que contiene a los puntos $A(0,2,1)$, $B(1,0,1)$ y $C(-1,-2,-1)$. Calcule el volumen del tetraedro que forma el origen de coordenadas con los puntos de intersección de π con cada uno de los ejes coordenados.

Ejercicio 4. **Calificación máxima:** 2 puntos.
Dado el plano $\pi \equiv\ 3x + 3y + z - 9 = 0$, se pide:

a) (1 punto) Determinar la ecuación del plano perpendicular a π que contiene al eje OX.
b) (1 punto) Determinar el punto del plano π más cercano al origen de coordenadas.