

## OPCIÓN A

1.A.- Calcular los siguientes límites (donde "ln" significa *Logaritmo Neperiano*).

$$\begin{aligned}
 a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln [\cos (3x)]}{\ln [\cos (2x)]} &= \frac{\ln [\cos (3.0)]}{\ln [\cos (2.0)]} = \frac{\ln [\cos (0)]}{\ln [\cos (0)]} = \frac{\ln [1]}{\ln [1]} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Utilizando L'Hopital}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{-\operatorname{sen}(3x)}{\cos(3x)} \cdot 3}{\frac{-\operatorname{sen}(2x)}{\cos(2x)} \cdot 2} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot \frac{3}{\cos^2(3x)}}{2 \cdot \frac{2}{\cos^2(2x)}} = \frac{3 \cdot \frac{3}{\cos^2(3.0)}}{2 \cdot \frac{2}{\cos^2(2.0)}} = \frac{3 \cdot \frac{3}{1^2}}{2 \cdot \frac{2}{1^2}} = \frac{9}{4} = \frac{9}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x} &= \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x})(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x})}{4x(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4+x - (4-x)}{4x(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x})} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4+x-4+x}{4x(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{4x(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x})} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{4(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x})} = \\
 &= \frac{2}{4(\sqrt{4+0} + \sqrt{4-0})} = \frac{2}{4(2+2)} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}
 \end{aligned}$$

**2.A.-** Dada la función:  $f(x) = \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6}$

a) Encontrar los puntos de discontinuidad de **f**. Determinar, razonadamente, si alguna de las discontinuidades es evitable.

b) Estudiar si **f** tiene alguna asíntota vertical

a)

$$1 - x^6 = 0 \Rightarrow (1 - x^3)(1 + x^3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 1 - x^3 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{1} = 1 \\ 1 + x^3 = 0 \Rightarrow x^3 = -1 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-1} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) = \frac{1^5 - 1^8}{1 - 1^6} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{Evitable} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5(1 - x^3)}{(1 - x^3)(1 + x^3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5}{1 + x^3} = \frac{1^5}{1 + 1^3} = \frac{1}{2} \\ f(-1) = \frac{(-1)^5 - (-1)^8}{1 - (-1)^6} = \frac{-1 - 1}{1 - 1} = \frac{-2}{0} \Rightarrow \text{Inevitable} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6} & \text{si } x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

b)

$$\text{En } x = -1 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6} = \frac{(-1)^5 - (-1)^8}{1 - (-1)^6} = \frac{-1 - 1}{1 - 1^+} = \frac{-2}{0^-} = \infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6} = \frac{(-1)^5 - (-1)^8}{1 - (-1)^6} = \frac{-1 - 1}{1 - 1^-} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \end{cases}$$

3.A.- Se considera el sistema de ecuaciones: 
$$\begin{cases} (m+2)x + (m-1)y - z = 3 \\ mx - y + z = 2 \\ x + my - z = 1 \end{cases} \quad \text{Se pide:}$$

a) Resolverlo para  $m = 1$

b) Discutirlo para los distintos valores de  $m$

a)

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & -1 & 3 \\ 3 & -3 & 3 & 6 \\ 3 & 3 & -3 & 3 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{array} \right) \Rightarrow 2z = 3 \Rightarrow z = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$-3y + 4 \cdot \frac{3}{2} = 3 \Rightarrow -3y = -3 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 3x - \frac{3}{2} = 3 \Rightarrow 3x = \frac{3}{2} + 3 \Rightarrow 3x = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Solución  $\left( \frac{3}{2}, 1, \frac{3}{2} \right)$

b)

$$|A| = \begin{vmatrix} m+2 & m-1 & -1 \\ m & -1 & 1 \\ 1 & m & -1 \end{vmatrix} = (m+2) + (m-1) - m^2 - 1 - m(m+2) + m(m-1)$$

$$|A| = m+2 + m-1 - m^2 - 1 - m^2 - 2m + m^2 - m = -m^2 - m \Rightarrow \text{Si } |A| = 0 \Rightarrow -m^2 - m - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$-m(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m+1 = 0 \Rightarrow m = -1 \end{cases}$$

$\forall m \in \mathbb{R} - \{-1, 0\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow \text{rang}(A) = 3 = \text{Número de incógnitas} \Rightarrow \text{Sist. Compatible Determinado}$

Cuando  $m = -1$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 0 & -6 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right) \Rightarrow \text{Sist. Incompatible}$$

Cuando  $m = 0$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -2 & 2 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow \text{Sist. Incompatible}$$

4.A.- Dadas las rectas en el espacio  $r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$  y  $s \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$

a) Hallar la distancia entre las dos rectas

b) Determinar las ecuaciones de la perpendicular común a r y s

a) Hay que estudiar si se cruzan, para ello veremos si hay paralelismo y de no existir si hay algún punto común entre ellas

$$\left\{ \begin{array}{l} r \equiv \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{v}_r = (3, -2, 1) \\ R(2, 1, 0) \end{cases} \\ s \equiv \begin{cases} x = -1 + 2\mu \\ y = -2 - \mu \\ z = 1 + 2\mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{v}_s = (2, -1, 2) \\ S(-1, -2, 1) \end{cases} \end{array} \Rightarrow \frac{3}{2} \neq \frac{-2}{-1} \Rightarrow \text{No paralelas} \Rightarrow \begin{cases} 2 + 3\lambda = -1 + 2\mu \\ 1 - 2\lambda = -2 - \mu \\ \lambda = 1 + 2\mu \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\lambda - 2\mu = -3 \\ \lambda - 2\mu = 1 \\ -2\lambda + \mu = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\lambda - 2\mu = -3 \\ -\lambda + 2\mu = -1 \end{cases} \Rightarrow 2\lambda = -4 \Rightarrow \lambda = -2 \Rightarrow -2 - 2\mu = 1 \Rightarrow -2\mu = 3 \Rightarrow \mu = -\frac{3}{2}$$

Pr obemos en la tercera  $\Rightarrow -2\lambda + \mu = -3 \Rightarrow -2(-2) + \left(-\frac{3}{2}\right) = -3 \Rightarrow 4 - \frac{3}{2} \neq -3 \Rightarrow \text{No se cor tan}$

Se cruzan

Una vez conocido que se cruzan se podrá hacer de dos maneras una es siguiendo lo indicado en el apartado b) hallando la distancias entre los puntos de corte y, una segunda, como lo haremos, trazaremos un plano  $\pi$  paralelo a la recta  $s$  que contenga a la recta  $r$ , después hallaremos la distancia de un punto cualquiera  $S$  de la recta  $s$  al plano hallado que es la que existe entre las rectas.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_r = (3, -2, 1) \\ \vec{v}_s = (2, -1, 2) \\ \overline{RG} = (x, y, z) - (2, 1, 0) = (x-2, y-1, z) \end{array} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-4(x-2) + 2(y-1) - 3z + 4z + (x-2) - 6(y-1) = 0 \Rightarrow -3(x-2) - 4(y-1) + z = 0 \Rightarrow$$

$$\pi \equiv 3x + 4y - z - 10 = 0 \Rightarrow d_{rs} = d_{s\pi} = \frac{|3(-1) + 4(-2) - 1 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{|-3 - 8 - 1 - 10|}{\sqrt{26}} = \frac{|-22|}{\sqrt{26}} = \frac{22}{\sqrt{26}}$$

$$d_{rs} = \frac{22\sqrt{26}}{26} = \frac{11\sqrt{26}}{13} u$$

**Continuación del problema 4.A.-**

b) El vector director de la recta  $p$  pedida se calcula como la diferencia entre los puntos genéricos de  $r$  y  $s$ . Este vector es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas por lo que ambos productos escalares, con cada uno de ellos, tienen valor nulo.

$$\left\{ \begin{array}{l} r \equiv \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \\ s \equiv \begin{cases} x = -1 + 2\mu \\ y = -2 - \mu \\ z = 1 + 2\mu \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_r = (3, -2, 1) \\ \vec{v}_s = (2, -1, 2) \\ \vec{v}_t = [2 + 3\lambda - (-1 + 2\mu), 1 - 2\lambda - (-2 - \mu), \lambda - (1 + 2\mu)] \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_r = (3, -2, 1) \\ \vec{v}_s = (2, -1, 2) \\ \vec{v}_t = (3 + 3\lambda - 2\mu, 3 - 2\lambda + \mu, -1 + \lambda - 2\mu) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_r \perp \vec{v}_t \Rightarrow \vec{v}_r \cdot \vec{v}_t = 0 \\ \vec{v}_s \perp \vec{v}_t \Rightarrow \vec{v}_s \cdot \vec{v}_t = 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (3, -2, 1) \cdot (3 + 3\lambda - 2\mu, 3 - 2\lambda + \mu, -1 + \lambda - 2\mu) = 0 \Rightarrow 9 + 9\lambda - 6\mu - 6 + 4\lambda - 2\mu - 1 + \lambda - 2\mu = 0 \\ (2, -1, 2) \cdot (3 + 3\lambda - 2\mu, 3 - 2\lambda + \mu, -1 + \lambda - 2\mu) = 0 \Rightarrow 6 + 6\lambda - 4\mu - 3 + 2\lambda - \mu - 2 + 2\lambda - 4\mu = 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 + 14\lambda - 10\mu = 0 \\ 1 + 10\lambda - 9\mu = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 + 7\lambda - 5\mu = 0 \\ 1 + 10\lambda - 9\mu = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 9 + 63\lambda - 45\mu = 0 \\ -5 - 50\lambda + 45\mu = 0 \end{array} \right. \Rightarrow 4 + 13\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{4}{13} \Rightarrow$$

$$1 + 7 \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) - 5\mu = 0 \Rightarrow 5\mu = 1 - \frac{28}{13} \Rightarrow 5\mu = -\frac{15}{13} \Rightarrow \mu = -\frac{3}{13}$$

$$\vec{v}_t = \left[ 3 + 3 \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) - 2 \cdot \left(-\frac{3}{13}\right), 3 - 2 \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) + \left(-\frac{3}{13}\right), -1 + \left(-\frac{4}{13}\right) - 2 \cdot \left(-\frac{3}{13}\right) \right]$$

$$\vec{v}_t = \left( 3 - \frac{12}{13} + \frac{6}{13}, 3 + \frac{8}{13} - \frac{3}{13}, -1 - \frac{4}{13} + \frac{6}{13} \right) = \left( \frac{39 - 12 + 6}{13}, \frac{39 + 8 - 3}{13}, \frac{-13 - 4 + 6}{13} \right)$$

$$\vec{v}_t = \left( \frac{33}{13}, \frac{44}{13}, -\frac{9}{13} \right) \equiv (33, 44, -9)$$

$$T \left\{ \begin{array}{l} x = 2 + 3 \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) = 2 - \frac{12}{13} = \frac{14}{13} \\ y = 1 - 2 \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) = 1 + \frac{8}{13} = \frac{21}{13} \\ z = -\frac{4}{13} \end{array} \right. \Rightarrow t \equiv \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{14}{13} + 33\alpha \\ y = \frac{21}{13} + 44\alpha \\ z = -\frac{4}{13} - 9\alpha \end{array} \right.$$

### OPCIÓN B

1.B.- Comprobar, aplicando las propiedades de los determinantes, la identidad:

$$\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a-b)^3$$

$$\begin{vmatrix} 0 & ab-a^2 & b^2-a^2 \\ 0 & a+b-2a & 2b-2a \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & a(b-a) & (b-a)(b+a) \\ 0 & b-a & 2(b-a) \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (b-a)^2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & a & b+a \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (b-a)^2 \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} a & b+a \\ 1 & 2 \end{vmatrix} =$$
$$= (a-b)^2 \cdot \begin{vmatrix} a & b+a \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (a-b)^2 \cdot [2a - (b+a)] = (a-b)^2 \cdot (a-b) = (a-b)^3$$

**2.B** Encontrar un número real  $\lambda \neq 0$ , y todas las matrices  $B$  de dimensión  $2 \times 2$  (distintas de la matriz nula), tales que

$$B \cdot \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = B \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \lambda a + 3b & b \\ \lambda c + 3d & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a + 9b & 3b \\ 3c + 9d & 3d \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda a + 3b = 3a + 9b \\ b = 3b \\ \lambda c + 3d = 3c + 9d \\ d = 3d \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2b = 0 \Rightarrow b = 0 \\ 2d = 0 \Rightarrow d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda a + 3 \cdot 0 = 3a + 9 \cdot 0 \Rightarrow \lambda = 3 \\ \lambda c + 3 \cdot 0 = 3c + 9 \cdot 0 \Rightarrow \lambda = 3 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = 3$$

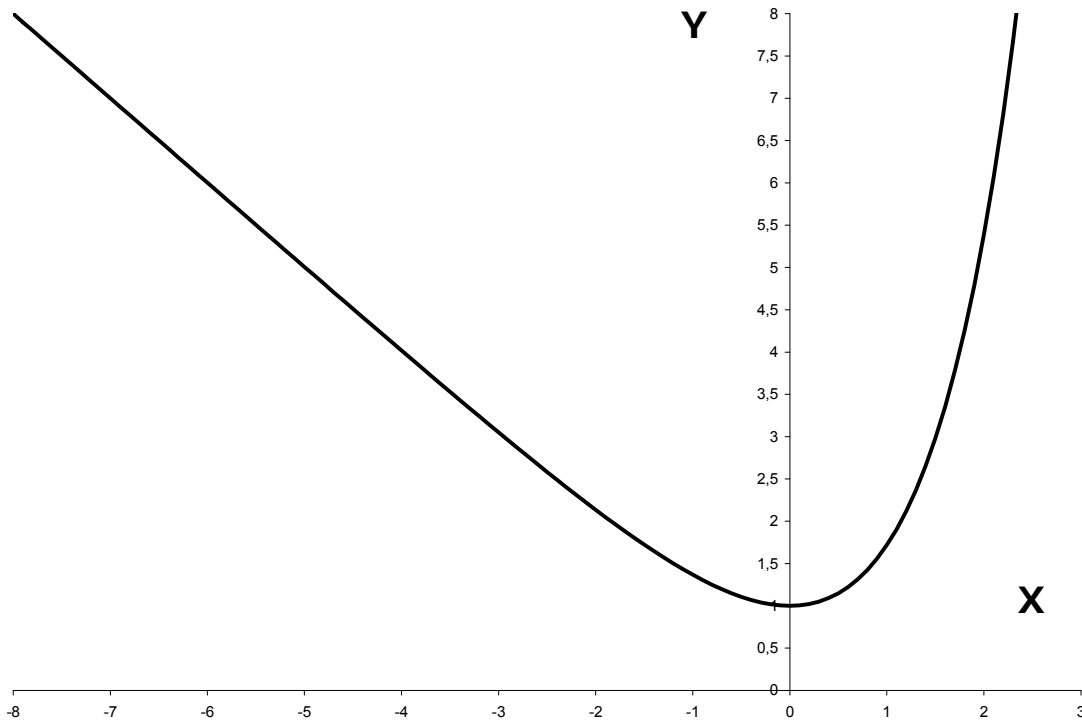
3.B.- a) Dibujar la gráfica de la función  $g(x) = e^x - x$

b) Calcular el dominio de definición de  $f(x) = \frac{1}{e^x - x}$  y su comportamiento para

$x \rightarrow \infty$  y  $x \rightarrow -\infty$

c) Representar (si existen) los máximos y mínimos absolutos de  $f(x)$  en su dominio de definición

a)



b)

$$f(x) = \frac{1}{e^x - x} \Rightarrow e^x - x = 0 \Rightarrow e^x = x \Rightarrow \ln |e^x| = \ln |x| \Rightarrow x \ln e = \ln |x| \Rightarrow x = \ln |x| \Rightarrow \forall x \notin \mathbb{R} \Rightarrow$$

$$\text{Dom}\left(\frac{1}{e^x - x}\right) = \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - x) = \infty - \infty = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(e^x - x)(e^x + x)}{e^x + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(e^x - x)(e^x + x)}{e^x + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} - x^2}{e^x + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^{2x} - 2x}{e^x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^{2x} - 2}{e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8e^{2x}}{e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} 8e^x = \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^x - x} = \frac{1}{\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - x)} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^{-x} - (-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\frac{1}{e^x} + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{1 + xe^x} = \frac{\infty}{\infty} = \frac{\text{Aplicando L'Hopital}}{\rightarrow} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{e^x + xe^x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{e^x(1+x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{1+x} = \frac{1}{\infty} = 0$$



**Continuación del Problema 3B.-**

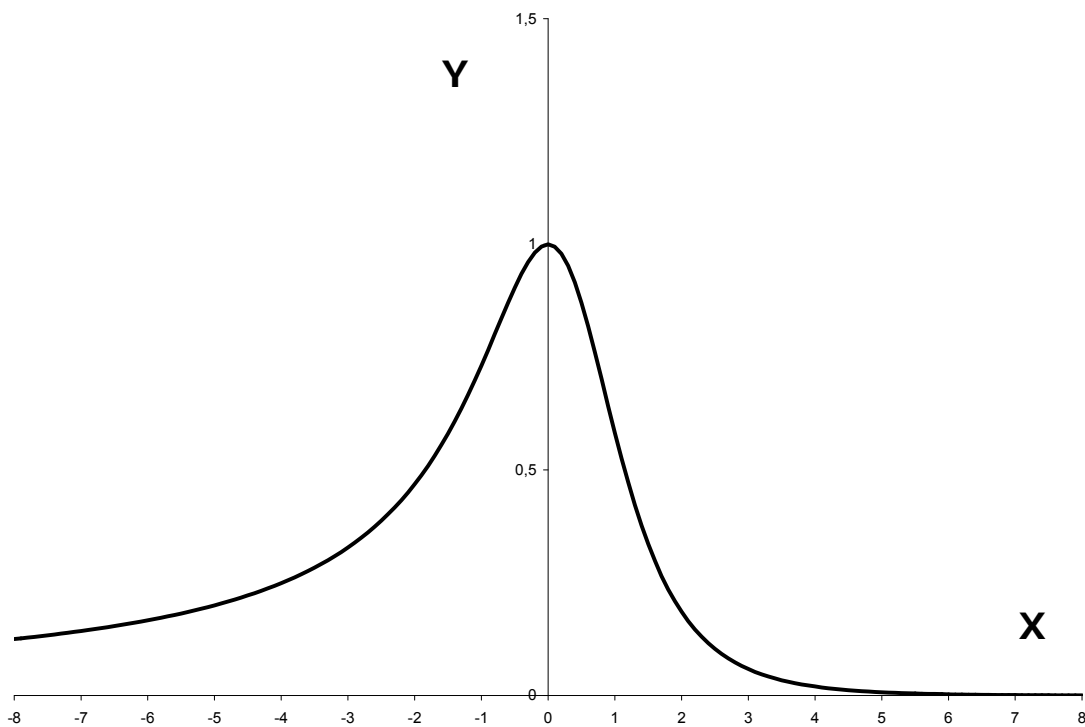
c)

$$f'(x) = -\frac{e^x - 1}{(e^x - x)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow \ln e^x = \ln 1 \Rightarrow x \ln e = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f''(x) = -\frac{e^x(e^x - x)^2 - 2(e^x - x)(e^x - 1)(e^x - 1)}{(e^x - x)^4} = -\frac{e^x(e^x - x) - 2(e^x - 1)^2}{(e^x - x)^3} \Rightarrow$$

$$f''(0) = -\frac{e^0(e^0 - 0) - 2(e^0 - 1)^2}{(e^0 - 0)^3} = -\frac{1 \cdot 1 - 2(1 - 1)^2}{(1 - 0)^3} = -\frac{1}{1} = -1 < 0 \Rightarrow \text{Máximo}$$

$$\text{En } x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{1}{e^0 - 0} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow (0, 1) \Rightarrow \text{Máximo}$$



**4.B.-** Dado el plano  $\mathbf{p} \equiv \mathbf{x} + 3\mathbf{y} - \mathbf{z} = 1$  y la recta  $r \equiv \frac{x+2}{6} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ , se pide:

a) Hallar la ecuación general del plano  $\mathbf{p}'$  que contiene a  $r$  y es perpendicular a  $\mathbf{p}$ .

b) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los plano  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{p}'$

a) Son vectores generadores del plano  $\mathbf{p}'$  el del plano  $\mathbf{p}$ , el de la recta  $\mathbf{s}$  y el punto  $\mathbf{S}$  de la recta  $S(-2, 1, 0)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{v}_\pi = (1, 3, -1) \\ \vec{v}_r = (6, 2, 1) \\ \vec{SG} = (x, y, z) - (-2, 1, 0) = (x+2, y-1, z) \end{array} \right. \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x+2 & y-1 & z \\ 1 & 3 & -1 \\ 6 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$3(x+2) - 6(y-1) + 2z - 18z + 2(x+2) - (y-1) = 0 \Rightarrow 5(x+2) - 7(y-1) - 16z = 0 \Rightarrow$$

$$\pi \equiv 5x - 7y - 16z + 17 = 0$$

b)

$$s \equiv \begin{cases} x + 3y - z = 1 \\ 5x - 7y - 16z + 17 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16x + 48y - 16z - 16 = 0 \\ 5x - 7y - 16z + 17 = 0 \end{cases} \Rightarrow 21x + 41y + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{41}{21}y - \frac{1}{21} \Rightarrow$$

$$-\frac{41}{21}y - \frac{1}{21} + 3y - z = 1 \Rightarrow z = -\frac{41}{21}y - \frac{1}{21} + 3y - 1 = \frac{22}{21}y - \frac{22}{21} \Rightarrow$$

$$\vec{v}_s = \left( -\frac{41}{21}, 1, \frac{22}{21} \right) \equiv (-41, 21, 22) \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x = -\frac{1}{21} - 41\lambda \\ y = 21\lambda \\ z = \frac{22}{21} + 22\lambda \end{cases}$$