OPCIÓN A

Ejercicio 1.- Calificación máxima: 3 puntos

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} m-1 & 1 & m & 1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 2 & m-1 \end{pmatrix}$,se pide:

a) (2 puntos).Estudiar el rango de **A** según los valores del parámetro **m**

b) (1 punto).En el caso **m = 0**, resolver el sistema $A\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$a)$

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & m-1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ m-1 & 1 & m & 1 \end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & m-1 \\ 0 & m-2 & m-2 & 1-(m-1) \\ 0 & 1-(m-1) & m-2(m-1) & 1-(m-1)^2 \end{pmatrix}\equiv$$

$$\equiv\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & m-1 \\ 0 & m-2 & m-2 & -(m-2) \\ 0 & -(m-2) & -(m-2) & [1+(m-1)][1-(m-1)] \end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & m-1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -(m-2) & -(m-2) & -m(m-2) \end{pmatrix}\equiv$$

$$\equiv\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & m-1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & m \end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & m-1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & m-1 \end{pmatrix}\Rightarrow m-1=0\Rightarrow m=1$$

$Si\ m=1\Rightarrow rang(A)=2$

$Si\ m\neq 1\Rightarrow rang(A)=3$

$b)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} x+y+2z-t \\ x-y+t \\ -x+y+t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\Rightarrow\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \end{array}\right)\equiv$$

$$\equiv\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right)\Rightarrow 2t=0\Rightarrow t=0\Rightarrow -2y-2z+0=0\Rightarrow y=-z\Rightarrow x-z+2z-0=0\Rightarrow x=-z$$

$Solución\ (-\lambda\ ,\lambda\ ,-\lambda\ ,0)$

Ejercicio 2.- Calificación máxima: 3 puntos

Dadas las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$, $r_2 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ se pide:

a) (2 puntos). Hallar la ecuación de la recta **t** que corta a $\mathbf{r_1}$ y $\mathbf{r_2}$ y es perpendicular a ambas

b) (1 punto).Hallar la mínima distancia entre $\mathbf{r_1}$ y $\mathbf{r_2}$

a) El vector dirección de la recta buscada **t** es el formado por los puntos que representan, en la ecuación parametrica, los valores generales y que es perpendicular a los vectores directores de $\mathbf{r_1}$ y $\mathbf{r_2}$ por ello el producto escalar, con cada uno, es nulo.

$$\left.\begin{cases} r_1 \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 \Rightarrow \overrightarrow{v_{r_1}} = (1, 0, 0) \\ z = 3 \end{cases} \\ r_2 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \alpha \Rightarrow \overrightarrow{v_{r_2}} = (0, 1, 1) \\ z = \alpha \end{cases} \end{cases}\right. \Rightarrow \overrightarrow{v_t} = (\lambda - 0, 1 - \alpha, 3 - \alpha) = (\lambda, 1 - \alpha, 3 - \alpha) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_t} \perp \overrightarrow{v_{r_1}} \Rightarrow \overrightarrow{v_t} . \overrightarrow{v_{r_1}} = 0 \Rightarrow (\lambda, 1 - \alpha, 3 - \alpha) \cdot (1, 0, 0) = 0 \Rightarrow \lambda = 0 \Rightarrow \\ \overrightarrow{v_t} \perp \overrightarrow{v_{r_2}} \Rightarrow \overrightarrow{v_t} . \overrightarrow{v_{r_2}} = 0 \Rightarrow (\lambda, 1 - \alpha, 3 - \alpha) \cdot (0, 1, 1) = 0 \Rightarrow 1 - \alpha + 3 - \alpha = 0 \Rightarrow 4 - 2\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases} \\ \overrightarrow{v_t} = (0, 1 - 2, 3 - 2) = (0, -1, 1) \end{cases} \Rightarrow t \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 - \mu \\ z = 3 - \mu \end{cases}$$

b)

$$R_2 \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \Rightarrow d(r_1, r_2) = d(R_1, R_2) = \sqrt{(0 - 0)^2 + (1 - 2)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{2}\ u \\ z = 2 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- Calificación máxima: 2 puntos

Calcular los límites:

a) (1 punto) $\lim\limits_{x\to 0}(1+arctg\ x)^{\frac{a}{x}}$ b) (1 punto) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+2e^x}{7x+5e^x}$

a)

$$\lim_{x\to 0}(1+arctg\ x)^{\frac{a}{x}}=(1+0)^{\frac{a}{0}}=1^{\infty}=\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{\frac{1}{arctg\ x}}\right)^{\frac{a}{x}}=\lim_{x\to 0}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{1}{arctg\ x}}\right)^{\frac{1}{arctg\ x}}\right]^{\frac{a}{x}\cdot arc\ tg\ x}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{a}{x}\cdot arc\ tg\ x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{a}{x}\cdot arc\ tg\ x=\frac{0}{0}=\xrightarrow{Utilizando\ L'Hopital}\lim_{x\to 0}\frac{a\cdot\frac{1}{1+x^2}}{1}=\lim_{x\to 0}\frac{a}{1+x^2}=\frac{a}{1+0^2}=a\Rightarrow$$

$$\lim_{x\to 0}(1+arctg\ x)^{\frac{a}{x}}=e^a$$

b)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x+2e^x}{7x+5e^x}=\frac{\infty}{\infty}=\xrightarrow{Utilizando\ L'Hopital}\lim_{x\to\infty}\frac{3+2e^x}{7+5e^x}=\frac{\infty}{\infty}=\xrightarrow{Utilizando\ L'Hopital}\lim_{x\to\infty}\frac{2e^x}{5e^x}=\frac{2}{5}$$

Ejercicio 4.-Calificación máxima: 2 puntos

Calcular:

a) (1 punto) $\displaystyle\int_0^1\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}dx$ b) (1 punto) $\displaystyle\int_0^{\pi}x\cos x\ dx$

a)

$$\int\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\ dx=-\int\frac{t}{t}\ dt=-\int dt=-t=-\sqrt{4-x^2}+K$$

$$4-x^2=t^2\Rightarrow -2x\ dx=2t\ dt\Rightarrow x\ dx=-t\ dt$$

$$\int_0^1\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}dx=-\left[\sqrt{4-x^2}\right]_0^1=-\left(\sqrt{4-1^2}-\sqrt{4-0^2}\right)=-\sqrt{3}+2$$

b)

$$\int x\cos x\ dx=x\ sen\ x-\int sen\ x\ dx=x\ sen\ x-\cos x+K$$

$$\begin{cases} x=u\Rightarrow dx=du \\ \cos x\ dx=dv\Rightarrow v=\int\cos x\ dx=sen\ x\end{cases}$$

$$\int_0^{\pi}x\cos x\ dx=\left[x\ sen\ x-\cos x\right]_0^{\pi}=\pi\ sen\ \pi-\cos\pi-0\ sen\ 0+\cos 0=\pi\cdot 0-(-1)-0+1=2$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1.- Calificación máxima: 3 puntos
Dados el plano $\pi_1 \equiv 2x - 3y + z = a$ y el plano π_2 determinado por el punto **P(0 , 2 , 4)** y los vectores **v_1 = (0 , 2 , 6)** y **v_2 = (1 , 0 , b)**, se pide:

a) (1 punto). Calcular los valores de **a** y **b** para que π_1 y π_2 sean paralelos
b) (1 punto). Para **a = 1** y **b = 0** determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de π_1 y π_2
c) (1 punto). Para **a = 4** y **b = - 2** determinar los puntos que están a igual distancia de π_1 y π_2

a) Al ser paralelos, los planos, sus vectores directores son iguales o proporcionales

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_1} = (0\ ,2\ ,6) \equiv (0\ ,1\ ,3) \\ \overrightarrow{v_2} = (1\ ,0\ ,b) \\ \overrightarrow{PG} = (x\ ,\ y\ ,\ z) - (0\ ,2\ ,4) = (x\ ,\ y-2\ ,\ z-4) \end{cases} \Rightarrow \pi_2 \equiv \begin{vmatrix} x & y-2 & z-4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & b \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$bx + 3(y-2) - (z-4) = 0 \Rightarrow bx + 3y - z - 6 + 4 = 0 \Rightarrow \pi_2 \equiv bx + 3y - z - 2 = 0$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_{\pi_1}} = (2\ ,-3\ ,1) \\ \overrightarrow{v_{\pi_2}} = (b\ ,3\ ,-1) \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{-3}{3} = \frac{1}{-1} \Rightarrow \frac{2}{b} = -1 \Rightarrow b = -2$$

$$Para\ ser\ paralelos\ todo\ a \in \Re\ y\ b = -2$$

$b)$

$$\begin{cases} \pi_2 \equiv 0x + 3y - z - 2 = 0 \\ \pi_1 \equiv 2x - 3y + z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi_2 \equiv 3y - z - 2 = 0 \\ \pi_1 \equiv 2x - 3y + z - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow z = 3y - 2 \Rightarrow$$

$$r_{intersección} \equiv \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \lambda \\ z = -2 + 3\lambda \end{cases}$$

$c\,)$

$Sea\ el\ \ punto\ Q(x\ ,\ y\ ,\ z)$

$$\begin{cases} \pi_2 \equiv -2x+3y-z-2=0 \\ \pi_1 \equiv 2x-3y+z=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi_2 \equiv 2x-3y+z+2=0 \\ \pi_1 \equiv 2x-3y+z-4=0 \end{cases} \Rightarrow Son\ \ planos\ \ paralelos$$

$$Recta\ que\ \ pasa\ \ por\ (0\ ,0)\ y\ es\ \ perpendicular\ \ a\ los\ \ planos \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = 2\alpha \\ y = -3\alpha \\ z = \alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$Punto\ de\ corte\ con\ los\ \ planos \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha+9\alpha+\alpha+2=0 \Rightarrow 14\alpha+2=0 \Rightarrow \alpha=-\frac{1}{7} \Rightarrow P\begin{cases} x=-\frac{2}{7} \\ y=\frac{3}{7} \\ z=-\frac{1}{7} \end{cases} \\ 4\alpha+9\alpha+\alpha-4=0 \Rightarrow 14\alpha-4=0 \Rightarrow \alpha=\frac{2}{7} \Rightarrow Q\begin{cases} x=\frac{4}{7} \\ y=-\frac{6}{7} \\ z=\frac{2}{7} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow$$

$$Punto\ medio\ R\begin{cases} x = \dfrac{-\frac{2}{7}+\frac{4}{7}}{2} = \dfrac{2}{14} = \dfrac{1}{7} \\ y = \dfrac{\frac{3}{7}-\frac{6}{7}}{2} = -\dfrac{3}{14} \\ z = \dfrac{-\frac{1}{7}+\frac{2}{7}}{2} = \dfrac{1}{14} \end{cases} \Rightarrow Los\ \ puntos\ estaran\ en\ el\ \ plano\ 2x-3y+z+D=0$$

$$2\cdot\frac{1}{7}-3\left(-\frac{3}{14}\right)+\frac{1}{14}+D=0 \Rightarrow \frac{2}{7}+\frac{9}{14}+\frac{1}{14}+D=0 \Rightarrow \frac{14}{14}+D=0 \Rightarrow D=-1$$

$Los\ \ puntos\ están\ en\ el\ \ plano\ \ \pi_3 \equiv 2x-3y+z-1=0$

Ejercicio 2.- Calificación máxima: 3 puntos

Los puntos **P(1 , 2 , 1)** , **Q(2 , 1 , 1)** y **A(a , 0 , 0)** con **a > 3**, determinan un plano π que corta a los semiejes positivos **OY** y **OZ** en los puntos **B** y **C** respectivamente. Calcular el valor de **a** para que el tetraedro determinado por los puntos **A** , **B** y **C** y el origen de coordenadas tenga un volumen mínimo.

$$\begin{cases} \overrightarrow{PQ} = (2,1,1) - (1,2,1) = (1,-1,0) \\ \overrightarrow{PA} = (a,0,0) - (1,2,1) = (a-1,-2,-1) \\ \overrightarrow{PG} = (x,y,z) - (1,2,1) = (x-1,y-2,z-1) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-1 \\ 1 & -1 & 0 \\ a-1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$x - 1 - 2\cdot(z-1) + (a-1)\cdot(z-1) + y - 2 = 0 \Rightarrow \pi \equiv x + y + (a-3)\cdot(z-1) - 3 = 0$$

$$OY \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow 0 + \lambda + (a-3)\cdot(0-1) - 3 = 0 \Rightarrow \lambda - a + 3 - 3 = 0 \Rightarrow \lambda - a = 0 \Rightarrow \lambda = a \Rightarrow B\begin{cases} x = 0 \\ y = a \\ z = 0 \end{cases}$$

$$OZ \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = \beta \end{cases} \Rightarrow 0 + 0 + (a-3)\cdot(\beta-1) - 3 = 0 \Rightarrow a\beta - a - 3\beta + 3 - 3 = 0 \Rightarrow (a-3)\beta - a = 0 \Rightarrow \beta = \frac{a}{a-3} \Rightarrow$$

$$C\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = \dfrac{a}{a-3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OA} = (a,0,0) \\ \overrightarrow{OB} = (0,a,0) \\ \overrightarrow{OC} = \left(0,0,\dfrac{a}{a-3}\right) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OA}\cdot\left|\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC}\right| = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{a}{a-3} \end{vmatrix} = \frac{a^3}{a-3}$$

$$V = \frac{1}{6}\cdot\overrightarrow{OA}\cdot\left|\overrightarrow{OB}\times\overrightarrow{OC}\right| = \frac{1}{6}\cdot\frac{a^3}{a-3} \Rightarrow V' = \frac{1}{6}\cdot\frac{3a^2(a-3) - a^3}{(a-3)^2} = \frac{1}{6}\cdot\frac{3a^3 - 9a^2 - a^3}{(a-3)^2} = \frac{1}{6}\cdot\frac{(2a-9)a^2}{(a-3)^2} \Rightarrow$$

$$V' = 0 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 0 \Rightarrow a = 0 < 3 \Rightarrow \text{No es solución} \\ 2a - 9 = 0 \Rightarrow 2a = 9 \Rightarrow a = \dfrac{9}{2} > 3 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- Calificación máxima: 2 puntos

Dado el sistema $\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-y+z=3 \end{cases}$, se pide:

a) (1 punto). Estudiar la compatibilidad del sistema
b) (0'5 puntos).Añadir una ecuación para que el sistema sea compatible determinado. Razonar la respuesta
c) (0'5 puntos).Añadir una ecuación para que el sistema sea incompatible. Razonar la respuesta

$a)$

$$\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-y+z=3 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & 3 & 3 \end{array}\right) \Rightarrow Sistema\ Compatible\ Indeterminado \Rightarrow$$

$$-5y+3z=3 \Rightarrow 3z=3+5y \Rightarrow z=\frac{3+5y}{3} \Rightarrow x+2y-\frac{3+5y}{3}=0 \Rightarrow x=\frac{3+5y-6y}{3}=\frac{3-y}{3}$$

$$Solución\left(\frac{3-\lambda}{3}, \lambda, \frac{3+5\lambda}{3}\right)$$

$b)$

$$Es \begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-y+z=3 \\ 2x+9y-10z=2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 9 & -10 & 2 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & 3 & 3 \\ 0 & 5 & -8 & 2 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -5 & 5 \end{array}\right) \Rightarrow -5z=5 \Rightarrow z=-1 \Rightarrow -5y-3=3 \Rightarrow y=-\frac{6}{5}$$

$$x-\frac{12}{5}+1=0 \Rightarrow x=\frac{12}{5}-1=\frac{7}{5} \Rightarrow Solución\left(\frac{7}{5}, -\frac{6}{5}, -1\right)$$

$Sistema\ Compatible\ Determinado$

$b)$

$$Es \begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-y+z=3 \\ 2x+9y-5z=2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 9 & -5 & 2 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & 3 & 3 \\ 0 & 5 & -3 & 2 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{array}\right) \Rightarrow 0z=5 \Rightarrow z=\frac{5}{0} \Rightarrow No\ hay\ solución$$

$Sistema\ Incompatible$

Ejercicio 4.- Calificación máxima: 2 puntos

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} -a & 0 & a \\ a & a-1 & 0 \\ 0 & a & a+2 \end{pmatrix}$, se pide:

a) (1 punto). Estudiar el rango de **A** según los valores del parámetro **a**

b) (1 punto). ¿Para que valores de **a** existe la matriz inversa $\mathbf{A^{-1}}$? Calcular $\mathbf{A^{-1}}$ para **a = 1**

$$|A|=\begin{vmatrix} -a & 0 & a \\ a & a-1 & 0 \\ 0 & a & a+2 \end{vmatrix}=-a(a-1)(a+2)+a^3=-a\left(a^2-a+2a-2\right)+a^3=-a^3-a^2+2a+a^3=a(2-a)$$

$$Si\ |A|=0\Rightarrow a(2-a)=0\Rightarrow\begin{cases} a=0 \\ 2-a=0\Rightarrow a=2 \end{cases}\Rightarrow$$

$$Para\ todo\ a\in\Re-\{0\ ,2\}\Rightarrow|A|\neq 0\Rightarrow rang(A)=3$$

$$Si\ a=0\Rightarrow\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}=-2\neq 0\Rightarrow rang(A)=2$$

$$Si\ a=0\Rightarrow\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}\equiv\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}\Rightarrow rang(A)=2$$

b)

$$Existe\ A^{-1}\ cuando\ |A|\neq 0\ por\ lo\ tanto\ para\ todo\ a\in\Re-\{0\ ,2\}\Rightarrow Si\ a=1\Rightarrow|A|=1\cdot(2-1)=1\neq 0$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot\left(adj\ A^t\right)\Rightarrow A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}\Rightarrow A^t=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}\Rightarrow adj\ A^t=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$A^{-1}=\frac{1}{1}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$