

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

**INSTRUCCIONES:** El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cinco ejercicios de los que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

**TIEMPO:** Una hora y treinta minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ .

- Calcúlese la matriz inversa de  $A$ .
- Resuélvase la ecuación matricial  $A \cdot X = B - I$ , donde  $I$  es la matriz identidad.

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Sea  $C$  la región del plano delimitada por el sistema de inecuaciones

$$\begin{cases} x + 3y \geq 3 \\ 2x - y \leq 4 \\ 2x + y \leq 24 \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

- Representétese la región  $C$  y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
- Determínese el punto de  $C$  donde la función  $f(x, y) = 3x + y$  alcanza su valor máximo. Calcúlese dicho valor.

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 9}$ .

- Hállense las asíntotas de  $f$ .
- Determínese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

En un avión de línea regular existe clase turista y clase preferente. La clase turista ocupa las dos terceras partes del pasaje y la clase preferente el resto. Se sabe que todos los pasajeros que viajan en la clase preferente saben hablar inglés y que el 40% de los pasajeros que viajan en clase turista no saben hablar inglés. Se elige un pasajero del avión al azar.

- Calcúlese la probabilidad de que el pasajero elegido sepa hablar inglés.
- Si se observa que el pasajero elegido sabe hablar inglés, ¿cuál es la probabilidad de que viaje en la clase turista?

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

El tiempo de renovación de un teléfono móvil, expresado en años, se puede aproximar mediante una distribución normal con desviación típica 0,4 años.

- Se toma una muestra aleatoria simple de 400 usuarios y se obtiene una media muestral igual a 1,75 años. Determínese un intervalo de confianza al 95% para el tiempo medio de renovación de un teléfono móvil.
- Determínese el tamaño muestral mínimo necesario para que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media poblacional sea menor o igual a 0,02 años con un nivel de confianza del 90%.

**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales, dependiente del parámetro  $k$  :

$$\begin{cases} kx + y & = 0 \\ x + ky - 2z & = 1 \\ kx - 3y + kz & = 0 \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema según los diferentes valores de  $k$ .
- b) Resuélvase el sistema para  $k = 1$ .

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 3 & \text{si } x \leq 1 \\ \ln(2x - 1) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Calcúlese  $a$  para que la función  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .
- b) Representétese gráficamente la función para el caso  $a = 3$ .

*Nota:  $\ln x$  denota al logaritmo neperiano del número  $x$ .*

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ .

- a) Determínense los extremos relativos de  $f$ .
- b) Calcúlese la integral definida  $\int_0^1 f(x) dx$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Una caja de caramelos contiene 7 caramelos de menta y 10 de fresa. Se extrae al azar un caramelo y se sustituye por dos del otro sabor. A continuación se extrae un segundo caramelo. Hállese la probabilidad de que:

- a) El segundo caramelo sea de fresa.
- b) El segundo caramelo sea del mismo sabor que el primero.

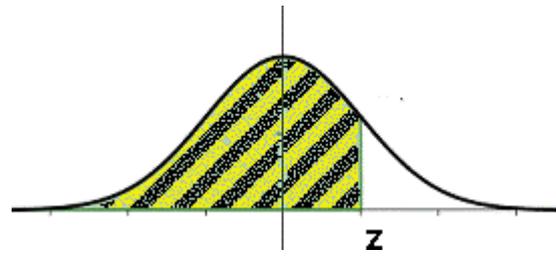
**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica igual a 210. Se toma una muestra aleatoria simple de 64 elementos.

- a) Calcúlese la probabilidad de que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y  $\mu$  sea mayor o igual que 22.
- b) Determínese un intervalo de confianza del 99 % para  $\mu$ , si la media muestral es igual a 1532.

## ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



<b>z</b>	<b>,00</b>	<b>,01</b>	<b>,02</b>	<b>,03</b>	<b>,04</b>	<b>,05</b>	<b>,06</b>	<b>,07</b>	<b>,08</b>	<b>,09</b>
<b>0,0</b>	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
<b>0,1</b>	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
<b>0,2</b>	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
<b>0,3</b>	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
<b>0,4</b>	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
<b>0,5</b>	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
<b>0,6</b>	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
<b>0,7</b>	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
<b>0,8</b>	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
<b>0,9</b>	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
<b>1,0</b>	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
<b>1,1</b>	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
<b>1,2</b>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
<b>1,4</b>	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
<b>1,5</b>	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
<b>1,7</b>	0,9554	0,9561	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
<b>1,8</b>	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
<b>1,9</b>	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
<b>2,0</b>	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
<b>2,1</b>	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
<b>2,2</b>	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
<b>2,3</b>	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9901	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
<b>2,4</b>	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
<b>2,5</b>	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
<b>2,6</b>	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
<b>2,7</b>	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
<b>2,8</b>	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
<b>2,9</b>	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
<b>3,0</b>	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990