



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS  
OFICIALES DE GRADO

Curso 2014-2015

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

**INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos.

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Calcúlese  $A^{15}$  e indíquese si la matriz  $A$  tiene inversa.
- Calcúlese el determinante de la matriz  $(B \cdot A^t \cdot B^{-1} - 2 \cdot Id)^3$ .

*Nota:*  $A^t$  denota la matriz traspuesta de  $A$ .  $Id$  es la matriz identidad de orden 2.

**Ejercicio 2.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Un distribuidor de aceite acude a una almazara para comprar dos tipos de aceite,  $A$  y  $B$ . La cantidad máxima que puede comprar es de 12.000 litros en total. El aceite de tipo  $A$  cuesta 3 euros/litro y el de tipo  $B$  cuesta 2 euros/litro. Necesita adquirir al menos 2.000 litros de cada tipo de aceite. Por otra parte, el coste total por compra de aceite no debe ser superior a 30.000 euros. El beneficio que se conseguirá con la venta del aceite será de un 25% sobre el precio que ha pagado por el aceite de tipo  $A$  y de un 30% sobre el precio que ha pagado por el aceite de tipo  $B$ . ¿Cuántos litros de cada tipo de aceite se deberían adquirir para maximizar el beneficio? Obténgase el valor del beneficio máximo.

**Ejercicio 3.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por  $f(x) = 4x^3 - ax^2 - ax + 2$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

- Determinese el valor del parámetro real  $a$  para que la función alcance un extremo relativo en  $x = 1/2$ . Compruébese que se trata de un mínimo.
- Para  $a = 2$ , calcúlese el valor de  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

**Ejercicio 4.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se consideran los sucesos  $A$ ,  $B$  y  $C$  de un experimento aleatorio tales que :  $P(A) = 0,09$ ;  $P(B) = 0,07$  y  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,97$ . Además los sucesos  $A$  y  $C$  son incompatibles.

- Estúdiese si los sucesos  $A$  y  $B$  son independientes.
- Calcúlese  $P(A \cap B | C)$ .

*Nota:*  $\bar{S}$  denota el suceso complementario del suceso  $S$ .

**Ejercicio 5.** (Calificación máxima: 2 puntos)

La cantidad de fruta, medida en gramos, que contienen los botes de mermelada de una cooperativa con producción artesanal se puede aproximar mediante una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica de 10 gramos.

- Se seleccionó una muestra aleatoria simple de 100 botes de mermelada, y la cantidad total de fruta que contenían fue de 16.000 gramos. Determinese un intervalo de confianza al 95% para la media  $\mu$ .
- A partir de una muestra aleatoria simple de 64 botes de mermelada se ha obtenido un intervalo de confianza para la media  $\mu$  con un error de estimación de 2,35 gramos. Determinese el nivel de confianza utilizado para construir el intervalo.

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real  $a$ :

$$\begin{cases} x + y + az = a + 1 \\ ax + y + z = 1 \\ x + ay + az = a \end{cases}$$

- a) Discútase el sistema en función de los valores de  $a$ .
- b) Resuélvase el sistema para  $a = 2$ .

### Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = -8x^2 + 24x - 10$$

- a) Calcúlense los máximos y mínimos locales de  $f$  y representese gráficamente la función.
- b) Determínese el área del recinto cerrado comprendido entre la gráfica de la función  $f$  y las rectas  $x = 1$ ,  $x = 2$  e  $y = 4$ .

### Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^3}{(x-2)^2} + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Estúdiase la continuidad de esta función.
- b) Determínense las asíntotas de esta función.

### Ejercicio 4. (Calificación máxima: 2 puntos)

La probabilidad de que un trabajador llegue puntual a su puesto de trabajo es  $3/4$ . Entre los trabajadores que llegan tarde, la mitad va en transporte público. Calcúlese la probabilidad de que:

- a) Un trabajador elegido al azar llegue tarde al trabajo y vaya en transporte público.
- b) Si se eligen tres trabajadores al azar, al menos uno de ellos llegue puntual. Supóngase que la puntualidad de cada uno de ellos es independiente de la del resto.

### Ejercicio 5. (Calificación máxima: 2 puntos)

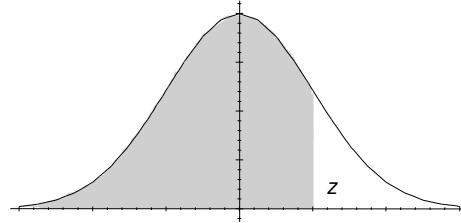
En cierta región, el gasto familiar realizado en gas natural, medido en euros, durante un mes determinado se puede aproximar mediante una variable aleatoria con distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica 75 euros.

- a) Determínese el mínimo tamaño muestral necesario para que al estimar la media del gasto familiar en gas natural,  $\mu$ , mediante un intervalo de confianza al 95 %, el error máximo cometido sea inferior a 15 euros.
- b) Si la media del gasto familiar en gas natural,  $\mu$ , es de 250 euros y se toma una muestra aleatoria simple de 81 familias, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral,  $\bar{X}$ , sea superior a 230 euros?

## Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

### ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



| <b>z</b>   | <b>,00</b> | <b>,01</b> | <b>,02</b> | <b>,03</b> | <b>,04</b> | <b>,05</b> | <b>,06</b> | <b>,07</b> | <b>,08</b> | <b>,09</b> |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <b>0,0</b> | 0,5000     | 0,5040     | 0,5080     | 0,5120     | 0,5160     | 0,5199     | 0,5239     | 0,5279     | 0,5319     | 0,5359     |
| <b>0,1</b> | 0,5398     | 0,5438     | 0,5478     | 0,5517     | 0,5557     | 0,5596     | 0,5636     | 0,5675     | 0,5714     | 0,5753     |
| <b>0,2</b> | 0,5793     | 0,5832     | 0,5871     | 0,5910     | 0,5948     | 0,5987     | 0,6026     | 0,6064     | 0,6103     | 0,6141     |
| <b>0,3</b> | 0,6179     | 0,6217     | 0,6255     | 0,6293     | 0,6331     | 0,6368     | 0,6406     | 0,6443     | 0,6480     | 0,6517     |
| <b>0,4</b> | 0,6554     | 0,6591     | 0,6628     | 0,6664     | 0,6700     | 0,6736     | 0,6772     | 0,6808     | 0,6844     | 0,6879     |
| <b>0,5</b> | 0,6915     | 0,6950     | 0,6985     | 0,7019     | 0,7054     | 0,7088     | 0,7123     | 0,7157     | 0,7190     | 0,7224     |
| <b>0,6</b> | 0,7257     | 0,7291     | 0,7324     | 0,7357     | 0,7389     | 0,7422     | 0,7454     | 0,7486     | 0,7517     | 0,7549     |
| <b>0,7</b> | 0,7580     | 0,7611     | 0,7642     | 0,7673     | 0,7703     | 0,7734     | 0,7764     | 0,7794     | 0,7823     | 0,7852     |
| <b>0,8</b> | 0,7881     | 0,7910     | 0,7939     | 0,7967     | 0,7995     | 0,8023     | 0,8051     | 0,8078     | 0,8106     | 0,8133     |
| <b>0,9</b> | 0,8159     | 0,8186     | 0,8212     | 0,8238     | 0,8264     | 0,8289     | 0,8315     | 0,8340     | 0,8365     | 0,8389     |
| <b>1,0</b> | 0,8413     | 0,8438     | 0,8461     | 0,8485     | 0,8508     | 0,8531     | 0,8554     | 0,8577     | 0,8599     | 0,8621     |
| <b>1,1</b> | 0,8643     | 0,8665     | 0,8686     | 0,8708     | 0,8729     | 0,8749     | 0,8770     | 0,8790     | 0,8810     | 0,8830     |
| <b>1,2</b> | 0,8849     | 0,8869     | 0,8888     | 0,8907     | 0,8925     | 0,8944     | 0,8962     | 0,8980     | 0,8997     | 0,9015     |
| <b>1,3</b> | 0,9032     | 0,9049     | 0,9066     | 0,9082     | 0,9099     | 0,9115     | 0,9131     | 0,9147     | 0,9162     | 0,9177     |
| <b>1,4</b> | 0,9192     | 0,9207     | 0,9222     | 0,9236     | 0,9251     | 0,9265     | 0,9279     | 0,9292     | 0,9306     | 0,9319     |
| <b>1,5</b> | 0,9332     | 0,9345     | 0,9357     | 0,9370     | 0,9382     | 0,9394     | 0,9406     | 0,9418     | 0,9429     | 0,9441     |
| <b>1,6</b> | 0,9452     | 0,9463     | 0,9474     | 0,9484     | 0,9495     | 0,9505     | 0,9515     | 0,9525     | 0,9535     | 0,9545     |
| <b>1,7</b> | 0,9554     | 0,9564     | 0,9573     | 0,9582     | 0,9591     | 0,9599     | 0,9608     | 0,9616     | 0,9625     | 0,9633     |
| <b>1,8</b> | 0,9641     | 0,9649     | 0,9656     | 0,9664     | 0,9671     | 0,9678     | 0,9686     | 0,9693     | 0,9699     | 0,9706     |
| <b>1,9</b> | 0,9713     | 0,9719     | 0,9726     | 0,9732     | 0,9738     | 0,9744     | 0,9750     | 0,9756     | 0,9761     | 0,9767     |
| <b>2,0</b> | 0,9772     | 0,9778     | 0,9783     | 0,9788     | 0,9793     | 0,9798     | 0,9803     | 0,9808     | 0,9812     | 0,9817     |
| <b>2,1</b> | 0,9821     | 0,9826     | 0,9830     | 0,9834     | 0,9838     | 0,9842     | 0,9846     | 0,9850     | 0,9854     | 0,9857     |
| <b>2,2</b> | 0,9861     | 0,9864     | 0,9868     | 0,9871     | 0,9875     | 0,9878     | 0,9881     | 0,9884     | 0,9887     | 0,9890     |
| <b>2,3</b> | 0,9893     | 0,9896     | 0,9898     | 0,9901     | 0,9904     | 0,9906     | 0,9909     | 0,9911     | 0,9913     | 0,9916     |
| <b>2,4</b> | 0,9918     | 0,9920     | 0,9922     | 0,9925     | 0,9927     | 0,9929     | 0,9931     | 0,9932     | 0,9934     | 0,9936     |
| <b>2,5</b> | 0,9938     | 0,9940     | 0,9941     | 0,9943     | 0,9945     | 0,9946     | 0,9948     | 0,9949     | 0,9951     | 0,9952     |
| <b>2,6</b> | 0,9953     | 0,9954     | 0,9956     | 0,9957     | 0,9959     | 0,9960     | 0,9961     | 0,9962     | 0,9963     | 0,9964     |
| <b>2,7</b> | 0,9965     | 0,9966     | 0,9967     | 0,9968     | 0,9969     | 0,9970     | 0,9971     | 0,9972     | 0,9973     | 0,9974     |
| <b>2,8</b> | 0,9974     | 0,9975     | 0,9976     | 0,9977     | 0,9977     | 0,9978     | 0,9979     | 0,9979     | 0,9980     | 0,9981     |
| <b>2,9</b> | 0,9981     | 0,9982     | 0,9982     | 0,9983     | 0,9984     | 0,9984     | 0,9985     | 0,9985     | 0,9986     | 0,9986     |
| <b>3,0</b> | 0,9987     | 0,9987     | 0,9987     | 0,9988     | 0,9988     | 0,9989     | 0,9989     | 0,9989     | 0,9990     | 0,9990     |