UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2021-2022**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.
Cada ejercicio se valorará sobre 2 puntos, y si consta de dos apartados, cada apartado se valorará sobre 1 punto.
DURACIÓN: 90 minutos.

A.1. (2 puntos) Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

y $B = A + aI$, donde I es la matriz identidad de orden 3 y a es un número real.

a) Calcule $A(A^2 - A^4)$
b) Calcule los valores de a para que las matrices B y AB sean invertibles.

A.2. (2 puntos) Un almacén de legumbres al por mayor tiene sacos de dos tipos, con capacidad para 5 kg de peso y con capacidad para 10 kg de peso. Solo tiene 180 sacos de capacidad 10 kg. Debe poner a la venta como mucho 2000 kg de alubias en sacos de ambos tipos. Por cada 3 sacos de 10 kg puede vender como mucho 2 sacos de 5 kg, y como mínimo tiene que poner a la venta 20 sacos de 5 kg y 60 de 10 kg. Por cada saco de 10 kg obtiene un beneficio de 5€ y por cada saco de 5 kg obtiene un beneficio de 2€. Determine cuántos sacos de cada tipo debe vender para obtener el máximo beneficio y calcule el beneficio que se obtiene.

A.3. (2 puntos) Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a, & \text{si } x < -2 \\ x^2, & \text{si } -2 \le x \le 1 \\ x + b, & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

a) Determine los valores de a y b que hacen que f sea continua en $\mathbb{R}$.
b) Para $a = b = -8$, calcule

$$\int_{-3}^{0} f(x)\,dx.$$

A.4. (2 puntos) Sean A y B sucesos independientes de un experimento aleatorio con $P(B) = 1/2$.

a) Calcule $P(A)$ para el caso en que $P(A \cup B) = 3/4$.
b) Calcule $P(A)$ para el caso en que $P(A \cap B^c) = 1/4$.
Nota: B^c denota el suceso complementario de B.

A.5. (2 puntos) Para estimar la proporción poblacional de las familias que tienen internet en una determinada ciudad se ha tomado una muestra de familias al azar.

a) Si la proporción poblacional fuese $P = 0{,}8$, determine el tamaño mínimo necesario de la muestra de familias para garantizar que, con una confianza del $99\,\%$, el margen de error en la estimación no supera el $6\,\%$.
b) Tomada al azar una muestra de 200 familias, se encontró que 170 tenían internet. Determine un intervalo de confianza al $95\,\%$ para la proporción de familias que tienen internet.

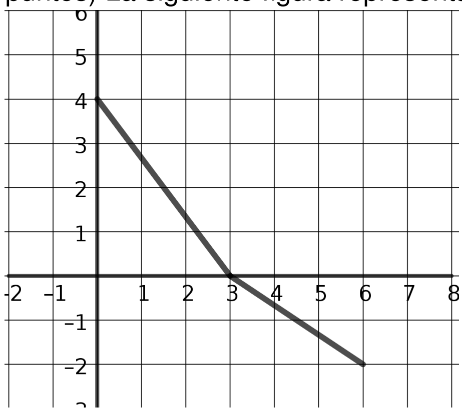
B.1. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\left.\begin{array}{rcl} 2ax + z & = & 1 \\ ax - y + z & = & 0 \\ ay + z & = & a + 1 \end{array}\right\}$$

a) Discuta la compatibilidad del sistema para diferentes valores de a.

b) Resuelva el sistema para $a = 0$.

B.2. (2 puntos) La siguiente figura representa la gráfica de una **función lineal** a trozos $f : [0, 6] \to \mathbb{R}$



a) Determine razonadamente el valor de la integral definida $\int_0^3 f(x)\,dx$.

b) ¿Cuál número es mayor, $\int_0^3 f(x)\,dx$ o $\int_0^6 f(x)\,dx$? Razone tu respuesta.

B.3. (2 puntos) Considere la función real de variable real dada por la siguiente expresión:

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-K)^2}.$$

a) Obtenga el valor de la constante K para que la recta tangente a la función en $x = 9$ sea paralela al eje de las x. Indique la expresión de dicha recta.

b) Para $K = 3$, señale los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ y clasifique los extremos relativos de esta función.

B.4. (2 puntos) Ganar en el juego del gambón depende de la actitud de los participantes. El $50\,\%$ de ellos son pesimistas y se sienten perdedores antes de haber jugado. El $30\,\%$ no lo ve claro y el resto son optimistas y se sienten ganadores antes de jugar. La probabilidad de que ganen los primeros es $0{,}5$, de que ganen los segundos es $0{,}7$ y de que ganen los últimos es $0{,}9$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un jugador escogido al azar gane el juego?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador sea alguien que se haya sentido un perdedor antes de haber jugado el juego?

B.5. (2 puntos) Sea una población donde observamos la variable aleatoria X con distribución normal de media 20 y desviación típica 5. Sea $\overline{X}$ la media muestral de una muestra aleatoria de tamaño 25.

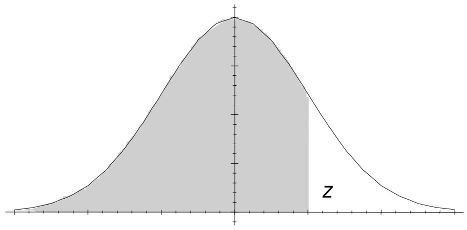
a) ¿Cuál es la distribución de $\overline{X}$?

b) Calcule $P(19 < \overline{X} < 22)$.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos. En todos los casos, se valorará el razonamiento correcto.

Ejercicio A.1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de A^2 .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de A^4 .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de $A(A^2- A^4)$ .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación correcta de los valores del parámetro............................ 0,50 puntos.

Discusión correcta .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente de forma manual. Analiza y comprende el enunciado a resolver (datos, relaciones entre los datos, condiciones, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).

Ejercicio A.2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Identificación de las variables... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la función objetivo .... 0,25 puntos.

Establecer correctamente las restricciones .... 0,50 puntos.

Representación correcta de la región factible .... 0,50 puntos

Determinar correctamente las cantidades pedidas .... 0,25 puntos

Obtención correcta del beneficio obtenido .... 0,25 puntos

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica las técnicas gráficas de programación lineal bidimensional para resolver problemas de optimización de funciones lineales que están sujetas a restricciones e interpreta los resultados obtenidos en el contexto del problema.

Ejercicio A.3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Estudio de la continuidad si x no es -2 o 1 .... 0,25 puntos.

Planteamiento de la condición de continuidad en x=-2 y x=1 .... 0,25 puntos.

Cálculo de los límites laterales y conclusión .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto

Planteamiento .... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la primitiva.. 0,50 puntos.

Cálculo el área (regla de Barrow .... 0,25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Aplica los conceptos de límite y derivadas. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. Aplica la regla de Barrow al cálculo de integrales definidas de funciones elementales inmediatas. Estudia la continuidad en un punto de una función definida a trozos utilizando el concepto de límite.

Ejercicio A.4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la condición de independencia .... 0,25 puntos.

Planteamiento correcto de la probabilidad de la unión.......................... 0,25 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad de la intersección................ 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio A.5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Expresión correcta del error.. 0,25 puntos.

Determinación correcta del tamaño de la muestra................................ 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.

Planteamiento correcto .... 0,25 puntos.

Obtención correcta del intervalo... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral o de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional y para la proporción en el caso de muestras grandes. Relaciona el error y la confianza de un intervalo de confianza con el tamaño muestral y calcula cada uno de estos tres elementos conocidos los otros dos y lo aplica en situaciones reales

Ejercicio B.1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de los valores críticos .... 0,50 puntos.

Discusión correcta .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Solución correcta del sistema .... 0,50 puntos.

Planteamiento del problema.. 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Manipula el sistema de ecuaciones lineales de tres ecuaciones y tres incógnitas y lo resuelve en los casos en que sea posible. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación. El sistema de ecuaciones lineales planteado (como máximo de tres ecuaciones y tres incógnitas), lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas en contextos reales.

Ejercicio B.2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Identificar la integral definida con el área del recinto .... 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la integral definida... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento .... 0,50 puntos

Discusión correcta .... 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Aplica el concepto de integral definida para calcular el área de recintos planos delimitados por una o dos curvas.

Ejercicio B.3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento de la condición de paralelismo....................................... 0,25 puntos.

Expresión correcta de la derivada... 0,25 puntos.

Obtención del valor de la constante.. 0,25puntos.

Obtención correcta de la ecuación de la recta....................................... 0,25puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención de los puntos críticos... 0,25 puntos.

Determinación de los intervalos pedidos.. 0,50 puntos.

Clasificación de los puntos críticos .... 0,25 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluados: Aplica los conceptos de derivada a la resolución de problemas. Extrae conclusiones a partir de datos relativos a propiedades locales o globales. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación.

Ejercicio B.4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento. Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes.

Ejercicio B.5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Expresión de la distribución de la media.. 0,50 puntos.

Obtención correcta de la distribución de la media................................ 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Tipificación correcta de la variable .... 0,50 puntos.

Obtención correcta de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Estándares de aprendizaje evaluables: Calcula probabilidades asociadas a la distribución de la media muestral y de la proporción, aproximándolas por la distribución normal de parámetros adecuados a cada situación, y lo aplica a problemas de situaciones reales. Construye, en contextos reales, un intervalo de confianza para la media poblacional de una distribución normal con desviación típica conocida.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados

A.1. *a*)

$$A^2 = A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Entonces $A(A^2 - A^4) = \mathbf{0}$, donde $\mathbf{0}$ es la matriz de ceros de tres por tres.

b)

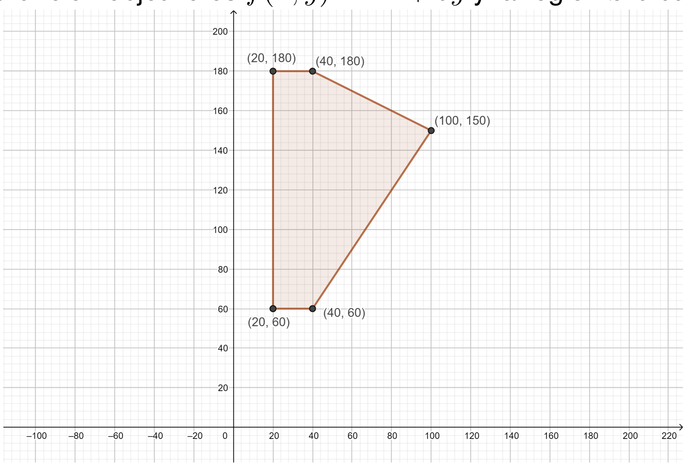
$$B = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$$

El determinante es $|B| = a^3 - a$, que será igual a 0 si $a = 1$, $a = 0$ y $a = -1$. La matriz B es invertible si $a \neq -1, 0$ y 1. El determinante es $|AB| = |A|\,|B| = 0$, ya que el $|A| = 0$. La matriz AB no es invertible para ningún valor de a.

A.2. Sea x la variable que representa el número de sacos de 5 kg. Sea y el número de sacos de 10 kg. La región del plano viene definida por las restricciones:

$$y \leq 180; \quad 2y \geq 3x; \quad x \geq 20; \quad y \geq 60; \quad 5x + 10y \leq 2000$$

La función objetivo es $f(x, y) = 2x + 5y$ y la región S dibujada es



La región está determinada por los vértices $A(20, 60)$, $B(20, 180)$, $C(40, 180)$, $D(100, 150)$ y $E(40, 60)$. La región es cerrada y acotada; para calcular el valor máximo de la función $f(x, y) = 2x + 5y$ se evalúa en los vértices de S:

$f(20, 60) = 2 \cdot 20 + 5 \cdot 60 = 340$
$f(20, 180) = 2 \cdot 20 + 5 \cdot 180 = 940$
$f(40, 180) = 2 \cdot 40 + 5 \cdot 180 = 980$
$f(100, 150) = 2 \cdot 100 + 5 \cdot 150 = 950$
$f(40, 60) = 2 \cdot 40 + 5 \cdot 60 = 380$

El punto de la región en el cuál se alcanza el máximo es C, siendo 980 el valor máximo alcanzado.

A.3. *a*) Los únicos puntos donde la función puede ser discontinua son $x = -2$ y $x = 1$. El límite por la derecha en $x = -2$ es 4 mientras que el límite por la izquierda es $-4 - a$. Para que la función sea continua ha de ser $a = -8$. El límite por la izquierda en $x = 1$ es 1 mientras que el límite por la derecha en ese punto es $b + 1$. Para que la función sea continua ha de ser $b = 0$.

b) $\int_{-3}^{0} f(x)\,dx = \int_{-3}^{-2} f(x)\,dx + \int_{-2}^{0} f(x)\,dx = \int_{-3}^{-2} (2x + 8)\,dx + \int_{-2}^{0} x^2\,dx = [x^2 + 8x]_{-3}^{-2} + [\frac{x^3}{3}]_{-2}^{0} = 3 + \frac{8}{3} = \frac{17}{3}$.

A.4. *a*) De la fórmula de inclusión y exclusión para $P(A \cup B)$ y de la independencia de A y B se obtiene $3/4 = P(A) + 1/2 - P(A)/2$, de donde se deduce $P(A) = 1/2$.

b) $1/4 = P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A)P(B) = P(A) - [P(A)]^2 = P(A)(1 - P(A))$, de donde se obtiene $P(A) = 1/2$.

A.5. *a*) $\varepsilon = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$, $z_{\alpha/2} = 2{,}575$, $n = \dfrac{(2{,}575)^2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}{(0{,}06)^2} = 294{,}7$. El mínimo tamaño muestral es $n = 295$.

b) $\widehat{p} = 0{,}85$, $n = 200$, $z_{\alpha/2} = 1{,}96$, $IC = 0{,}85 \pm 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}85 \cdot 0{,}15}{200}} = (0{,}801; 0{,}899)$

B.1. *a*) La matriz del sistema es

$$A = \begin{pmatrix} 2a & 0 & 1 \\ a & -1 & 1 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix} \text{ y } \overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 2a & 0 & 1 & 1 \\ a & -1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 & a+1 \end{array}\right)$$

Su determinante es $|A| = -a^2 - 2a$, que será igual a 0 si $a = -2$ o 0. Entonces,

$$\begin{array}{llll} a = -2, & rg(A) = 2, & rg(\overline{A}) = 2 & \text{Sistema compatible indeterminado} \\ a = 0, & rg(A) = 2, & rg(\overline{A}) = 2 \implies & \text{Sistema compatible indeterminado} \\ a \neq -2 \text{ o } 0, & rg(A) = 3, & rg(\overline{A}) = 3 & \text{Sistema compatible determinado} \end{array}$$

b) Para $a = 0$

$$\left.\begin{array}{rcl} z & = & 1 \\ -y + z & = & 0 \\ z & = & 1 \end{array}\right\}$$

Entonces la solución es $x = \lambda; y = 1; z = 1$

B.2. *a*) La integral $\int_0^3 f(x)\,dx$ se corresponde con el área del triángulo con vértices en (0,0), (0,4) y (3,0). Ese valor es 6. Alternativamente se podría deducir la ecuación de la recta que pasa por (0,4) y (3,0) e integrar esa expresión.

b) Debemos tener en cuenta que $\int_0^6 f(x)\,dx = \int_0^3 f(x)\,dx + \int_3^6 f(x)\,dx$. Como $\int_3^6 f(x)\,dx$ es la integral de una función negativa es un número negativo. Por tanto $\int_0^6 f(x)\,dx < \int_0^3 f(x)\,dx$

B.3. *a*)

$$f'(x) = \frac{x^2(x - 3K)}{(x - K)^3}$$

La recta tangente a la gráfica de la función en $x = 9$ es horizontal si $f'(9) = 0$, y esto ocurre si y solo si $K = 3$. La recta es $y = 81/4$.

b) $f'(x) = 0 \iff x = 0$ o $x = 9$. En $(-\infty, 3) \cup (9, \infty)$, $f'(x) > 0$ y por tanto $f(x)$ es creciente. En $(3, 9)$, $f'(x) < 0$ y por tanto $f(x)$ es decreciente. De lo anterior, la función tiene un mínimo relativo en $x = 9$.

B.4. *a*) Sea $G = \{\text{Ganar}\}$, $L = \{\text{Pesimista}\}$, $O = \{\text{Optimista}\}$, $N = \{\text{Ni Optimista ni Pesimista}\}$.

$$P(G) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 + 0{,}7 \cdot 0{,}3 + 0{,}9 \cdot 0{,}2 = 0{,}64$$

b)

$$P(L|G) = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{0{,}64} = 0{,}391$$

B.5. *a*) La variable $\overline{X}$ sigue una distribución normal de media 20 y desviación típica $\frac{5}{\sqrt{25}} = 1$

b) $P(19 < \overline{X} < 22) = P(\frac{19-20}{1} < Z < \frac{22-20}{1}) = P(-1 < Z < 2) = P(Z < 2) - (1 - P(Z \leq 1)) = 0{,}9772 + 0{,}8413 - 1 = 0{,}8185$