**PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)**

**UNIVERSIDADES DE CATALUÑA**

**JUNIO – 2016**

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Puede utilizar calculadoras, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que tengan información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

1º) Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} 2x + 4y + 4z = 4k - 7 \\ 2x - ky = -1 \\ -2x = k + 1 \end{cases}$ :

$a$) Discuta el sistema para los diferentes valores del parámetro k.

$b$) Resuelva el sistema para el caso de k = 0.

2º) En $R^3$, sea la recta $r \equiv (x, y, z) = (1 + \lambda, \lambda, 1 - \lambda)$ y el plano $\pi$ cuya ecuación general es $\pi \equiv 2x - y + z = -2$.

$a$) Determine la posición relativa del plano $\pi$ y la recta r.

$b$) Calcule la distancia entre la recta r y el plano $\pi$.
Nota: puede calcularse la distancia de un punto de coordenadas $(x_0, y_0, z_0)$ al plano de ecuación $Ax + By + Cz + D = 0$ con la expresión $\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

3º) Considere al función $f(x) = x \cdot e^{x-1}$.

$a$) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f$ en el punto de abscisa x = 1.

$b$) Determine los periodos de crecimiento y decrecimiento de la función $f$.

4º) Responda a las cuestiones siguientes:

$a$) Calcule todas las matrices de la forma $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ m & -2 \end{pmatrix}$ que satisfagan la igualdad $A^2 + A = 2I$, siendo I la matriz identidad, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$b$) Justifique que si A es una matriz cuadrada que cumple $A^2 + A = 2I$, A es invertible y calcule la expresión de $A^{-1}$ en función de las matrices A e I.

5º) Considere el tetraedro de vértices $A(x, 0, 1)$, $B(0, x, 1)$, $C(3, 0, 0)$ y $D(0, x, 0)$ siendo $0 < x < 3$.

$a$) Compruebe que el volumen del tetraedro viene dado por $V(x) = \frac{1}{6}(-x^2 + 3x)$.

$b$) Determine el valor de x para que el volumen sea máximo y calcule ese volumen.
Nota: Puede calcular el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D viene dado por la expresión $\frac{1}{6}\left|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right|$.

6º) Dadas las parábolas $f(x) = x^2 + k^2$ y $g(x) = -x^2 + 9k^2$.

$a$) Calcule las abscisas, en función de k, de los puntos de corte de las parábolas.

$b$) Calcule el valor del parámetro k para que el área comprendida entre las parábolas sea de 576 unidades cuadradas.

**********