# PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

# UNIVERSIDADES DE CATALUÑA

# SEPTIEMBRE – 2016

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Puede utilizar calculadoras, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que tengan información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

1º) Sea la recta $r \equiv (x, y, z) = (5 + k, k, -2 - 2k)$ y los puntos $P(1, 0, -1)$ y $Q(2, 1, 1)$.

$a$) Calcule la ecuación paramétrica de la recta s que pasa por el punto Q y es perpendicular al plano determinado por la recta r y el punto P.

$b$) Calcule el punto H de la recta r que equidista de los puntos P y Q.

2º) Tres números $x, y, z$, cumplen dos condiciones: que el primero es la suma de los otros dos, y que el segundo es la suma de la mitad del primero y el doble del tercero.

$a$) Compruebe que el cálculo de los tres números $x, y, z$, tiene una infinidad de soluciones.

$b$) Encuentre una expresión general de las soluciones.

3º) Quiere diseñarse un envase de helado con forma de prisma regular de base cuadrada y con una capacidad de 80 $cm^3$. Para elaborar la tapa y la superficie lateral, se usará un determinado material que vale 1 euro/$cm^2$, pero para la base deberá utilizarse un material que es un 50 % más caro.

$a$) Si x es la medida, en cm, del lado de la base, compruebe que la función que determina el precio del envase es $P(x) = 2{,}5x^2 + \frac{320}{x}$.

$b$) Calcule las medidas que debe tener el envase para que el precio sea el mínimo posible.

4º) Sea la función $f(x) = sen\, x$.

$a$) Calcule la ecuación de las rectas tangentes a la función $f$ en los puntos de abscisa $x = 0$ y $x = \pi$, respectivamente. Encuentre las coordenadas del punto en el que se cortan las dos rectas.

$b$) Calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función $f$ y las rectas tangentes del apartado anterior (en el caso de no haber resuelto el apartado anterior, suponga que las rectas son $y = x$ $e$ $y = -x + \pi$, respectivamente).

5º) Responda a las siguientes cuestiones:

$a$) Encuentre la única matriz de la forma $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ a & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ que satisface $A^2 = A$, y compruebe que $A$ y $A - I$ no son invertibles.

$b$) Justifique razonadamente que si $A$ es una matriz cuadrada de orden n distinta de la matriz nula, O, y de la matriz identidad, I, y satisface la igualdad $A^2 = A$, entonces las matrices $A$ y $A - I$ no son invertibles.

6º) Responda a las siguientes cuestiones:

$a$) Calcule la ecuación cartesiana (es decir, que tiene la forma $Ax + By + Cz = D$) del plano $\varphi$ que pasa por el punto $P(0, 0, 1)$ y es perpendicular a los planos de ecuaciones $\pi_1 \equiv 3x + y - z = 1$ y $\pi_2 \equiv x + y + 2z = 5$.

$b$) Suponga que un plano $\pi_1$ es perpendicular a un segundo plano $\pi_2$ y que el plano $\pi_2$ es a su vez perpendicular a un tercer plano $\pi_3$. Explique razonadamente si necesariamente los plano $\pi_1$ y $\pi_3$ deben ser perpendiculares entre ellos.

**********