

PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDADES DE CATALUÑA

JUNIO – 2017

MATEMÁTICAS II

Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Puede utilizar calculadoras, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que tengan información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

1º) Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} \lambda x + y - z = 0 \\ y + z = 10 \\ 2\lambda x - y + 5\lambda z = 30 \end{cases} :$$

a) Estudie para que valores del parámetro λ el sistema es incompatible.

b) Resuelva el sistema para el caso de $\lambda = 1$.

2º) Considere los planos $\pi_1 \equiv 5x - y - 7z = 1$ y $\pi_2 \equiv 2x + 3y + z = 5$.

a) Determine la ecuación general ($Ax + By + Cz + D = 0$) del plano β que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos π_1 y π_2 .

b) Calcule el ángulo que forman los planos π_1 y π_2 .

3º) Considere la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - k}$, siendo k un parámetro real distinto de 0. Para los diferentes valores de k :

a) Calcule el dominio y las asíntotas de $f(x)$.

b) Determine los máximos y mínimos relativos de $f(x)$.

4º) Sabiendo que el sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ x + az = 1 \\ y + z = a \end{cases}$$
 tiene una única solución:

a) Compruebe que $a \neq 0$.

b) Encuentre la solución del sistema en función del parámetro a .

5°) Considere las matrices cuadradas de orden 2 de la forma $M = \begin{pmatrix} x & -1 \\ y^2 + 1 & x \end{pmatrix}$, siendo x e y números reales.

a) Compruebe que la matriz M es siempre invertible, independientemente de los valores de x e y .

b) Para $x = 1, y = -1$, calcule M^{-1} .

6°) Considere un cono de 120 cm^3 de volumen que tiene una altura h , un radio de la base x y una generatriz a .

a) Compruebe que $a^2 = \frac{360}{\pi} \cdot \frac{1}{h} + h^2$.

b) Calcule la altura del cono que tiene la generatriz de longitud mínima.

Nota: Recuerde que el volumen del cono es un tercio del volumen del cilindro recto que tiene el mismo radio de la base y la misma altura.
