

PRUEBA DE ACCESO (EBAU)**UNIVERSIDADES DE CATALUÑA****SEPTIEMBRE – 2017****MATEMÁTICAS II****Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos**

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Puede utilizar calculadoras, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que tengan información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

1º) Considere el plano $\pi \equiv x + y + z = 1$ y la recta r que pasa por los puntos $P(0, 0, 6)$ y $Q(1, 2, 3)$.

a) Estudie la posición relativa de la recta r y el plano π .

b) Calcule la distancia entre la recta r y el plano π .

Nota: Puede utilizar la fórmula de la distancia del punto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ al plano de ecuación $\pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0$ como la expresión $d(P_0, \pi) = \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

2º) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & -4 & 3 \\ 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Compruebe que satisfacen la igualdad $A^2 - \frac{1}{2}A \cdot B = I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

b) Utilizando la igualdad anterior, determina la matriz inversa de A: A^{-1} .

3º) Considere el sistema de ecuaciones lineales $\left. \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \\ 2x + ay = 2a \end{array} \right\}$.

a) Discuta el sistema para los diferentes valores del parámetro real a .

b) Resuelva el sistema para el caso de $a = 2$.

4º) De las funciones $f(x)$, $f'(x)$, $g(x)$ y $g'(x)$, conocemos los valores siguientes:

| x | $f(x)$ | $f'(x)$ | x | $g(x)$ | $g'(x)$ |
|-----|--------|---------|-----|--------|---------|
| 0 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | -6 | 1 | 3 | 3 |

a) De la función $f(x)$ se sabe también que la pendiente de la recta tangente en un punto de abscisa x es $4x^3 - 9x^2 - 2x + 1$. Encuentre $f(x)$.

b) Calcule: $(g \circ f)'(1)$.

5°) En R^3 , sean la recta $r \equiv \begin{cases} x - z = 2 \\ 2y + z = 4 \end{cases}$ y el punto $P(0, 1, -1)$.

a) Calcular la ecuación general (es decir, la que tiene de forma $Ax + By + Cz = D$) del plano π perpendicular a la recta r y que pasa por el punto P.

b) Calcular el punto simétrico del punto P respecto del plano $\gamma \equiv x + y + z = -3$.

6°) Sea la función $f(x) = \frac{\text{sen } x}{\text{cos}^2 x}$.

a) Calcule la primitiva de la función $f(x)$.

b) Calcule el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{4}$.
