Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

2022

Proves d'accés a la universitat

# Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

## Serie 2

| Qualificació | | | TR |
|---|---|---|---|
| Qüestions | 1 | | |
| | 2 | | |
| | 3 | | |
| | 4 | | |
| | 5 | | |
| | 6 | | |
| Suma de notes parcials | | | |
| Qualificació final | | | |

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal ..........

Número del tribunal ..........

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

**Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.**

**Cada cuestión vale 2,5 puntos.**

**Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.**

**Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.**

**1.** En el instituto de Martí han elaborado tres tipos diferentes de ramos de rosas para vender el día de Sant Jordi. La opción clásica consiste en una rosa y una espiga. La opción de ramo pequeño está formada por tres rosas y dos espigas. Y, finalmente, la opción de ramo grande consiste en media docena de rosas y tres espigas. Todos los ramos (sean de la opción que sean) llevan un bonito envoltorio. Se sabe que se han utilizado 200 rosas, 135 espigas y 85 envoltorios.

***a)*** ¿Cuántos ramos se han elaborado de cada tipo?
[1,75 puntos]

***b*)** Si el precio de venta de un ramo de la opción clásica es de 3 euros, el de un ramo pequeño es de 5 euros y el de un ramo grande es de 10 euros, ¿cuánto dinero se ingresará si se venden todos?
[0,75 puntos]

| Espai per al corrector/a | | |
|---|---|---|
| Qüestió 1 | *a* | |
| | *b* | |
| | Total | |

**2.** Experimentalmente se ha comprobado que la producción de un determinado tipo de fruta que se cultiva en invernaderos depende de la temperatura, según la función $f(x) = -x^2 + 46x - 360$, donde $x$ representa la temperatura del invernadero en grados Celsius y $f(x)$ es la producción anual en centenares de kilogramos por hectárea. El precio de venta de la fruta se mantiene estable a 1,2 euros por cada kilogramo.

***a*)** Determine el intervalo de temperaturas entre las que hay que mantener el invernadero para que haya producción de fruta. Calcule los ingresos anuales por hectárea si se mantiene el invernadero a 20 °C de temperatura.

[1,25 puntos]

***b)*** ¿A qué temperatura se obtiene la producción máxima de fruta? ¿Qué ingresos por hectárea se obtienen en este caso?

[1,25 puntos]

| Espai per al corrector/a | | |
|---|---|---|
| Qüestió 2 | *a* | |
| | *b* | |
| | Total | |

**3.** Una empresa se propone hacer dos tipos de cestas de Navidad, A y B, para sus trabajadores y trabajadoras. Cada cesta de tipo A contendrá 1 jamón, 1 botella de cava y 5 barras de turrón. Por otro lado, cada cesta de tipo B contendrá 2 jamones, 3 botellas de cava y 2 barras de turrón. El jefe de almacén afirma que disponen de 40 jamones, 120 barras de turrón y muchas botellas de cava, y que, por lo tanto, seguro que cava no faltará. Se quieren hacer tantas cestas como sea posible.

***a*)** Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible. ¿Cuántas cestas de cada tipo tendrá que hacer la empresa?

[1,75 puntos]

***b)*** Una vez hecho el cálculo, la jefa de la empresa cambia de opinión y dice que es mejor hacer la misma cantidad de cestas de cada tipo. Con esta nueva condición, ¿cuántas cestas de cada tipo habrá que hacer?
[0,75 puntos]

| Espai per al corrector/a | | |
|---|---|---|
| Qüestió 3 | *a* | |
| | *b* | |
| | Total | |

**4.** Un grupo de biólogos está estudiando un cultivo de bacterias. La población de estas bacterias (en centenares) viene dada por la función $P(t) = a + \dfrac{12t}{t^2 + b}$, donde $a$ y $b$ son constantes positivas reales y $t \geq 0$ es el tiempo transcurrido en minutos.

Se sabe que en el instante inicial del estudio la población de bacterias era de 6 centenares y que el valor máximo de población se ha alcanzado al cabo de 2 minutos de haber iniciado el estudio.

***a***) Encuentre los valores de las constantes $a$ y $b$.
[1,25 puntos]

***b*)** Calcule la población máxima de bacterias y estudie su comportamiento a largo plazo, es decir, hacia qué valor se estabiliza el número de bacterias.
[1,25 puntos]

| Espai per al corrector/a | | |
|---|---|---|
| Qüestió 4 | *a* | |
| | *b* | |
| | Total | |

**5.** Considere las matrices $\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ a & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, donde $a$ es un parámetro real.

***a***) Encuentre para qué valores de $a$ es invertible la matriz obtenida del resultado del producto $\boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{A}$.
[1,5 puntos]

***b*)** Si $a = 2$, encuentre la matriz $\boldsymbol{X}$ que satisface la ecuación matricial $\boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{A} + \boldsymbol{X} = \boldsymbol{I}$, donde $\boldsymbol{I}$ denota la matriz identidad de orden 2.
[1 punto]

| Espai per al corrector/a | | |
| --- | --- | --- |
| Qüestió 5 | *a* | |
| | *b* | |
| | Total | |

**6.** En los modelos matemáticos que se utilizan para describir la evolución de una enfermedad, se denomina $R_0$ al número medio de nuevas infecciones que cada persona infectada provoca en la población. Cuando este número es inferior a 1, cada individuo infectado transmite la enfermedad, de media, a menos de una persona y la enfermedad tiende a desaparecer. En cambio, si $R_0$ es mayor que 1, la enfermedad se extiende y se produce una epidemia.

Cuando se descubre una vacuna efectiva contra la enfermedad, se puede controlar la epidemia vacunando solo a una proporción $p$ de la población. Es lo que se conoce como *inmunidad de grupo*. Efectivamente, una vez vacunada una proporción $p \in (0, 1)$ de la población, la nueva $R_0$, que se denomina *efectiva* y se denota con $R_e$, es el producto de la $R_0$ original por la proporción de individuos que no están vacunados, $1 - p$. Y se consigue controlar la epidemia si la $R_e$ es inferior a 1.

***a)*** En el caso del sarampión, se estima que $R_0 = 15$. Si se analiza una población con un porcentaje de individuos vacunados del 95 %, según el modelo descrito, ¿hay riesgo de que se produzca una epidemia de sarampión en esta población?
[0,75 puntos]

***b)*** En el caso concreto de la denominada *gripe española* del 1918, se estima que $R_0 = 4$. Calcule qué porcentaje de población se tendría que haber vacunado, como mínimo, para parar la epidemia de esta enfermedad.
[0,75 puntos]

*c*) Exprese, en general, el umbral de población mínima que debe vacunarse en función del valor $R_0$ de una enfermedad. Realice un esbozo de esta función para los valores de $R_0$ entre 1 y 20.
[1 punto]

| Espai per al corrector/a | | |
|---|---|---|
| Qüestió 6 | *a* | |
| | *b* | |
| | *c* | |
| | Total | |

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Etiqueta de l'alumne/a

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

2022

Proves d'accés a la universitat

# Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 5

| Qualificació | | | TR |
|---|---|---|---|
| Qüestions | 1 | | |
| | 2 | | |
| | 3 | | |
| | 4 | | |
| | 5 | | |
| | 6 | | |
| Suma de notes parcials | | | |
| Qualificació final | | | |

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal ........................................

Número del tribunal ........................................

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

**Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.**

**Cada cuestión vale 2,5 puntos.**

**Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.**

**Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.**

**1.** El valor de un producto electrónico, en función del número de meses que hace que está a la venta, $t$, viene dado por la función $f(t) = -(t + 25)(t - 75)$.

***a)*** Encuentre los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(t)$. ¿En qué momento el producto alcanzará el valor máximo? ¿Cuál es ese valor máximo?

[1,25 puntos]

***b*)** Se sabe que el producto dejará de comercializarse cuando llegue a un valor de 475 €. ¿En qué momento dejará de comercializarse?

[1,25 puntos]

| Espai per al corrector/a | | |
|---|---|---|
| Qüestió 1 | *a* | |
| | *b* | |
| | Total | |

**2.** Una caja contiene 40 monedas, que son de 50 céntimos, de 1 € y de 2 €. Se sabe que el número de monedas de 50 céntimos que hay es el doble que el de monedas de 2 €.

***a*)** ¿Puede saberse el número de monedas que hay de cada tipo? En caso afirmativo, calcúlelo. En caso negativo, dé la solución en función de un parámetro.

[1,25 puntos]

***b*)** Averigüe si puede calcularse el valor total, en euros, de las monedas de la caja. En caso afirmativo, calcúlelo.

[1,25 puntos]

| Espai per al corrector/a | | |
|---|---|---|
| Qüestió 2 | *a* | |
| | *b* | |
| | Total | |

**3.** Calcule la matriz $\boldsymbol{X}$ que verifica $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{B} = \boldsymbol{C}$, sabiendo que

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \text{ y } \boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -8 \end{pmatrix}.$$

[2,5 puntos]

| Espai per al corrector/a | | |
| --- | --- | --- |
| Qüestió 3 | Total | |

**4.** Un hotel admite reservas para las 420 habitaciones dobles de que dispone y ofrece dos tarifas diferentes: la tarifa estándar (sin gastos de cancelación) es de 120 € por noche, y la tarifa reducida (que no admite cancelaciones) es de 90 € por noche. Les interesa tener reservado al menos un 20 % del total de habitaciones con la tarifa reducida y quieren que el número de habitaciones reservadas con la tarifa estándar sea igual o superior que el doble del número de habitaciones reservadas con la tarifa reducida.

***a*)** Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible.
[1,25 puntos]

***b*)** Determine cuántas habitaciones deben tener reservadas con cada tarifa para obtener el beneficio máximo. ¿Cuál es ese beneficio máximo?

[1,25 puntos]

| Espai per al corrector/a | | |
|---|---|---|
| Qüestió 4 | *a* | |
| | *b* | |
| | Total | |

**5.** Una fábrica de vehículos produce coches de un modelo llamado *Paradís* y los vende a 58.000 €. Se sabe que los costes mensuales de producción vienen dados por la función $C(x)=\frac{1}{2}x^2-64x+4.704$ (en miles de euros), donde $x$ denota el número de coches que se fabrican mensualmente.

***a***) Suponiendo que se venden todos los coches que se fabrican, verifique que la función de beneficios es $B(x)=-\frac{1}{2}x^2+122x-4.704$ (en miles de euros).
[0,75 puntos]

***b***) Determine el número de coches que hay que fabricar mensualmente para no tener pérdidas. ¿Para qué número de unidades producidas se obtiene el beneficio máximo y cuál es ese beneficio máximo?
[1 punto]

***c*)** Se quiere aumentar el precio de venta por unidad, de forma que el beneficio máximo se obtenga con 130 unidades (la función que da el coste mensual en miles de euros no varía). ¿Cuál tiene que ser el nuevo precio de venta del coche?
[0,75 puntos]

| Espai per al corrector/a | | |
| --- | --- | --- |
| Qüestió 5 | *a* | |
| | *b* | |
| | *c* | |
| | Total | |

6. Considere la función $f(x) = e^{3x}$.

*a*) Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de esta función en el punto de abscisa $x = 0$.

[1,25 puntos]

***b*)** Obtenga la ecuación de esta recta tangente.
[1,25 puntos]

| Espai per al corrector/a | | |
|---|---|---|
| Qüestió 6 | *a* | |
| | *b* | |
| | Total | |

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Etiqueta de l’alumne/a

L’Institut d’Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l’edició d’aquesta prova d’accés