

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de **10 preguntas optativas del mismo valor**, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de **5 preguntas**, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale **2 puntos en total** y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El estudiante debe indicar claramente, cuáles han sido las preguntas elegidas.

Preguntas elegidas (indique un máximo de 5, antes de entregar el examen):

.....

(Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar).

1) Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y + (m+1)z = 2 \\ x + (m-1)y + 2z = 1 \\ 2x + my + z = -1 \end{cases}$$

Discuta el sistema según los valores de $m \in \mathbb{R}$.

2) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$:

a) (1 punto) Calcule, si es posible, $(A \cdot B^t)^{-1}$.

b) (1 punto) Compruebe que, $C^3 = I$, donde I es la matriz identidad, y calcule C^{16} .

3) Resuelva el sistema matricial
$$\begin{cases} X - 2Y = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \\ 2X + 3Y = \begin{pmatrix} 7 & 6 & -1 \\ 14 & 3 & 7 \end{pmatrix} \end{cases}$$

4) Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} x + z = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

a) (1,25 puntos) Calcule la ecuación del plano que contiene a la recta r y que pasa por el punto $(0,0,1)$.

b) (0,75 puntos) Se considera el paralelepípedo definido por los vectores \vec{u} , \vec{v} y $\vec{u} \times \vec{v}$. Sabiendo que $\vec{u} \times \vec{v} = (-1, 1, 1)$, calcule el volumen de dicho paralelepípedo.

5) Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} ((1 + x - \operatorname{sen} x)^{1/x^3})$$

6) Se considera la siguiente función: $f(x) = \frac{x^2}{1 - e^{-x}}$. Estudie la existencia de asíntotas verticales, horizontales y oblicuas y calcúlelas cuando existan.

7) Se considera la siguiente función $f(x) = \ln(2x + 1)$

- a) (1,25 puntos) Estudie su dominio, así como sus intervalos de crecimiento y decrecimiento
- b) (0,75 puntos) Halle la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = \frac{1}{2}$

8) Calcule la siguiente integral: $\int (\sqrt{x} \cdot \ln^2 x) dx$.

9) Según estadísticas del Instituto Nacional de Estadística, la probabilidad de que un varón esté en paro es del 12%, mientras que la de que una mujer lo esté es del 16%. Además, la probabilidad de ser varón es del 64% y la de ser mujer del 36%.

- a) (0,75 puntos) Hemos conectado por redes sociales con una persona ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer y esté en paro?
- b) (0,75 puntos) Si se elige una persona al azar ¿cuál es la probabilidad de que esté en paro?
- c) (0,5 puntos) Hemos conectado por redes sociales con una persona que nos ha confesado estar en paro ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Nota informativa: las estadísticas anteriores (y los experimentos) están realizados con personas en disposición de trabajar.

10) De los estudiantes universitarios españoles, uno de cada 5 abandona sus estudios. Se seleccionan 5 estudiantes universitarios españoles al azar, de modo independiente

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que uno o ninguno de dichos estudiantes abandonen sus estudios? (No es preciso finalizar los cálculos, puede dejarse indicada la probabilidad, precisando y desarrollando los números y operaciones básicas que la definen, pero sin hacer los cálculos finales).
- b) (1 punto) ¿Qué es más probable, que todos abandonen sus estudios, o que ninguno lo haga? Razone la respuesta de modo numérico.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES:

Como norma general se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia a éste, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

En determinados apartados se dan puntuaciones para la solución por alguno de los métodos más habituales. En todo caso, la resolución de un apartado utilizando un método distinto otorgará la puntuación máxima, siempre que el método sea correcto y lo sea también su solución.

De acuerdo con las normas generales que aparecen en la información pública, los correctores pueden bonificar hasta con un máximo de un punto, el buen uso de la lengua o el desarrollo técnico de los ejercicios.

1. (2 ptos) Para clasificar el sistema puede usarse cualquier método. Se detalla la puntuación para la clasificación mediante el método de Rouché-Frobenius. Cálculo del determinante 0,75 ptos. Estudio de casos para los cuales el sistema es compatible determinado 0,25 ptos. Estudio del caso para el cual el sistema es incompatible 0,5 ptos. Estudio del caso para el cual el sistema es compatible indeterminado 0,5 ptos.

Por errores de cálculo leves que no simplifiquen el estudio del sistema se restará un máximo de 0,25 puntos (sea cual sea el método de resolución que se use).

2-a. (1 pto) Cálculo de $A \cdot B^t$, 0,4 pts. Cálculo de la inversa, 0,6 pts.

2-b. (1 pto) Comprobación de que $C^3 = I$, 0,5 pts. Cálculo razonado de C^{16} : 0,5 pts. (En el caso poco probable de que un alumno calcule las sucesivas potencias C , hasta llegar a C^{16} , se considerará igualmente válido, así como cualquier otro razonamiento que le lleve a la solución correcta).

3. (2 ptos) Por errores de cálculo leves, se podrá penalizar hasta con 0,5 ptos. el problema.

4-a. (1,25 ptos) El plano puede darse en cualquiera de sus formas, que deben valorarse por igual.

4-b. (0,75 ptos) Los pasos en el cálculo deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta.

5. (2 ptos) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros, y la calificación debe tenerlos en cuenta. Cualquier método se considerará válido (incluida la fórmula del límite del número e).

6. (2 ptos) Comprobación del valor donde el denominador se anula, 0,2 pts. Estudio de cada uno de los 3 casos donde hay una posible asíntota, 0,6 pts cada uno. El estudio completo debe incluir: la indicación de la no existencia de asíntota vertical en $x=0$, la existencia de asíntota horizontal $y=0$ (cuando $x \rightarrow -\infty$) y la justificación de no existencia de asíntota oblicua cuando $x \rightarrow +\infty$.

7-a. (1,25 ptos) Indicación correcta del dominio, 0,25 pts. Cálculo de la derivada de la función 0,5. ptos. Estudio de intervalos de crecimiento/decrecimiento: 0,5 pts.

7-b. (0,75 ptos) Cálculo de la pendiente de la recta tangente 0,2. ptos. Cálculo del punto de tangencia 0,2 ptos. Expresión de la recta tangente 0,35 ptos. Cualquier expresión de la ecuación de la recta se considerará válida.

8. (2 ptos) Los pasos en el cálculo de la integral deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta.

Si se olvidan añadir la constante de integración al resultado final, se penalizará con 0,3 ptos.

9-a. (0,75 ptos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta. Si se identifica correctamente la probabilidad a calcular, identificando los sucesos, pero no se sabe calcular la probabilidad, la puntuación máxima será de 0,2 pts.

9-b. (0,75 ptos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta. Si se identifica correctamente la probabilidad a calcular, identificando los sucesos, pero no se sabe calcular la probabilidad, la puntuación máxima será de 0,2 pts.

9-c. (0,5 ptos) Cualquier estrategia usada para determinar la probabilidad es igualmente válida, siempre que sea coherente y correcta. Si se identifica correctamente la probabilidad a calcular, identificando los sucesos, pero no se sabe calcular la probabilidad, la puntuación máxima será de 0,2 pts).

10-a. (1 pto) Si el estudiante indica que el número de estudiantes que abandona sus estudios es una binomial, indica correctamente los valores de n y p , y plantea bien la probabilidad a calcular, aunque no recuerde las fórmulas, se le podrá asignar una puntuación de hasta 0,5 puntos (igualmente sería válido plantear el problema con el número de estudiantes que no abandonan sus estudios, aunque no será lo habitual). Si el estudiante indica correctamente las probabilidades, pero no especifica el valor concreto de los números combinatorios, se podrá penalizar hasta con 0,2 ptos.

Nota: se puede otorgar la puntuación completa a la expresión correcta de la probabilidad, aunque el estudiante no haga referencia a la binomial.

10-b. (1 pto) Expresión correcta de cada una de las probabilidades pedidas: 0,8 ptos, la mitad para cada caso. Razonamiento de cuál de ellas es mayor: 0,2 ptos (se puede hacer calculando el valor numérico de ambas probabilidades o bien razonando que son dos potencias con distinta base y el mismo exponente, y que la de base mayor da un resultado mayor).