

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El/la estudiante debe indicar claramente, en la primera página del tríptico, cuáles han sido las 5 preguntas elegidas. (Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar)

1) Sea la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} ax - \frac{\operatorname{sen} x}{x} + 2, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

a) (1 punto) Estudia su continuidad en \mathbb{R} según los valores de a .

b) (1 punto) Calcula el valor de a para que $f(x)$ tenga un extremo relativo en $x = -\frac{\pi}{2}$ y di qué tipo de extremo es.

2) Calcula el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{(x+1)^2}{x^2 + 3x + 1} \right]^{\ln x}.$$

3) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f(x) = -x^2 + 4x$ y la recta de pendiente $\frac{1}{2}$ que corta a $f(x)$ en $x = \frac{7}{2}$.

4) Dada la siguiente función

$$f(x) = \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - x - 2}},$$

a) (0,75 puntos) Estudia y escribe su dominio de definición.

b) (1,25 puntos) Estudia la existencia de asíntotas y ramas parabólicas. Determina las asíntotas caso de existir.

5) Sean las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = A \cdot B^T - 2I,$$

donde B^T es la matriz traspuesta de B , e I es la matriz identidad de orden 3.

a) (1 punto) Estudia si la matriz D tiene inversa y, en caso afirmativo, calcúlala.

b) (1 punto) Resuelve la ecuación matricial $CX = A^T \cdot B$, donde A^T es la matriz traspuesta de A .

6) Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} -x & + mz & = & 0 \\ & my & + 2z & = & 2 + m^2 \\ x & + y & & = & 2m \end{cases}$$

a) (1,2 puntos) Discute según los valores de $m \in \mathbb{R}$, qué tipo de sistema es atendiendo a las posibles soluciones (compatible determinado o indeterminado, incompatible).

b) (0,8 puntos) Resuelve el sistema para el valor $m = 2$.

7) Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) (1 punto) Calcula la matriz A^n para $n \in \mathbb{N}$.
 b) (1 punto) Resuelve la ecuación $(A + 2I)X = B$, donde I es la matriz identidad de orden 2.

8) El plano $\pi \equiv 2x + by - 2z + 4 = 0$, $b \in \mathbb{R}$ y $b \neq 0$, corta a los ejes de coordenadas en tres puntos A , B y C . Calcula los valores de $b \in \mathbb{R}$ tal que el área del triángulo que determinan estos tres puntos A , B y C sea 6 u^2 .

9) Si los vectores $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ son linealmente independientes,

- a) (1 punto) Comprueba si los vectores $\{\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}\}$ son linealmente dependientes o independientes, siendo

$$\vec{r} = 2\vec{u} + \vec{w}, \quad \vec{s} = \vec{u} + \vec{v} - \vec{w}, \quad \vec{t} = -3\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}.$$

- b) (1 punto) Si además, los vectores $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ son ortogonales y unitarios, calcula razonadamente $\vec{u} \cdot \vec{r} + \vec{v} \cdot \vec{s} + \vec{w} \cdot \vec{t}$, donde \cdot representa el producto escalar de dos vectores.

10) El contenido total en sulfitos (medido en mg/l) del vino que se produce en una bodega, sigue una distribución normal de media 150 mg/l y desviación típica 30 mg/l. La bodega se compromete a vender solamente vinos con un contenido total en sulfitos inferior a 200 mg/l, por lo que se desechan para la venta aquellos que superen esta cantidad. Se pide,

- a) (1 punto) ¿Cuál es probabilidad de que un vino producido en la bodega se deseche por la elevada cantidad total de sulfitos?
 b) (1 punto) ¿Qué porcentaje de los vinos producidos en esta bodega tienen un contenido total en sulfitos entre 110 y 150 mg/l?

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

Como norma general se valorará positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas. Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia a éste, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea inconsistente de forma evidente con el problema a resolver.

En determinados apartados se dan puntuaciones para la solución por alguno de los métodos más habituales. En todo caso, la resolución de un apartado utilizando un método distinto otorgará la puntuación máxima, siempre que el método sea correcto y lo sea también su solución.

De acuerdo con las normas generales que aparecen en la información pública, los correctores pueden bonificar hasta con un máximo de un punto, el buen uso de la lengua o el desarrollo técnico de los ejercicios.

1. (2 ptos)
 - a. (1 pto) Aplicación de la definición de continuidad correctamente en todo el dominio. Tiene que indicar claramente la discontinuidad en 0 (los límites coinciden, pero la función no).
 - b. (1 pto) Cálculo del valor de a correcto 0,6 puntos. Cálculo de la segunda derivada 0,2 puntos. Tipo de extremo 0,2.
2. (2 ptos) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta. Por errores leves se podrá descontar 0,25 puntos.
3. (2 ptos) Planteamiento del área como el valor absoluto de la integral de la diferencia de funciones con los extremos correctos 1 punto. Si la primitiva está bien serán 0,5 puntos. No se consideran más puntuaciones intermedias.
4. (2 ptos)
 - a. (0,75 ptos) Por errores leves en el cálculo y/o escritura del dominio de definición se descontará hasta 0,2 puntos.
 - b. (1,25 ptos) Cálculo de asíntotas verticales 0,5 (0,25*2). Cálculo de asíntota horizontal 0,35 puntos. Comprobación de no oblicua 0,2. Comprobación de no rama parabólica 0,2.
5. (2 ptos)
 - a. (1 pto) Cualquier método es válido. Cálculo matriz D 0,3 puntos. Estudio existencia 0,2. Cálculo de la inversa 0,5 puntos.
 - b. (1 pto) 0,2 plantear bien la solución despejando X, 0,5 ecuación final bien, 0,3 solución final bien. Algún error leve que no simplifique se podrá descontar hasta 0,2.
6. (2 ptos)
 - a. (1,2 ptos) La solución correcta debe contemplar todas las clasificaciones. Si hay algún error leve que no simplifique el estudio se restará un máximo de 0,25.
 - b. (0,8 ptos) Cualquier método es válido. Si hay error leve de cálculo se podrá descontar un máximo de 0,25 ptos.
7. (2 ptos)
 - a. (1 pto) Si calcula las tres primeras potencias correctas 0,4 puntos. Si se aproxima, pero no llega a la solución final 0,8 puntos.
 - b. (1 pto) 0,3 plantear bien la solución despejando X, 0,5 ecuación final bien, 0,2 solución final bien. Algún error leve que no simplifique se podrá descontar hasta 0,2.
8. (2 ptos) Si escribe bien los puntos 0,6 puntos (0,2*3). Errores leves y aislados se descontará un máximo de 0,2 puntos.
9. (2 ptos)
 - a. (1 pto) Si responde sin ninguna justificación, no será valorado. Se podrá descontar 0,25 por algún error leve de cálculo siempre que la respuesta sea coherente con el resultado obtenido.
 - b. (1 pto) Errores de cálculo que no resten o simplifiquen, se descontará hasta 0,2. El razonamiento tiene que indicar en algún momento la ortogonalidad y la condición de unitario, cuando haya que aplicarlo. Si no indica estos aspectos en ninguna ocasión será -0,4.

- 10.** Válida cualquier estrategia para determinar la probabilidad, si es coherente y correcta. Por pequeños errores de cálculo o por copiar mal el valor de la tabla normal se quitará un máximo de 0,3 ptos en cada apartado.
- a.** (1 pto) Debe contestarse en probabilidad. Si no se da la probabilidad, se descontará 0,3 puntos.
 - b.** (1 pto) Debe contestarse en porcentaje. Si no se da el porcentaje, se descontará 0,3 puntos.