

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El alumno debe responder a una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Calcule una matriz X tal que $A^2 X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. (1,25 puntos)

b) Calcule una matriz X tal que $A + XB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. (1,25 puntos)

2. Razonar la existencia de solución del sistema lineal:

$$x + 3y + z = 6$$

$$x - 2y - z = 5 \quad (1 \text{ punto})$$

$$2x + 11y + 4z = 10$$

3. a) Derive las funciones $f(x) = \ln^2(1+x)$, $g(x) = \left(\frac{x}{(x^3 - x + 1)^2} \right)^3$. (1 punto)

b) Calcule $\int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$. (0,5 puntos)

4. Halle los máximos, mínimos y puntos de inflexión de la función $f(x) = (x-2)^2(x-1)$. Calcule sus intervalos de crecimiento y decrecimiento así como los de concavidad y convexidad. (2 puntos)

5. Una caja de doce bombones contiene dos de licor. Se eligen cuatro bombones al azar.

a) Calcule la probabilidad de no coger ninguno de licor. (1 punto)

b) Calcule la probabilidad de coger exactamente uno de licor. (1 punto)

c) Calcule la probabilidad de coger al menos uno de licor. (1 punto)

OPCIÓN B

- Una fábrica textil quiere fabricar pantalones y faldas. La fábrica posee dos secciones: sección de corte y sección de confección. Cada pantalón requiere 6 minutos en la sección de corte y 4 en la de confección, mientras que cada falda requiere 4 minutos en la sección de corte y 6 en la de confección. La sección de corte no puede funcionar más de 6 horas al día y la de confección no más de 8 horas al día. Si cada pantalón deja a la empresa un beneficio de 10€ y cada falda de 6€:
 - ¿Cuántos pantalones y cuántas faldas se han de fabricar si se quiere maximizar el beneficio? (2,5 puntos)
 - Si se pudiera disponer de 1 hora más de funcionamiento en la sección de corte, ¿cuál sería la respuesta al apartado anterior? (1 punto)
- Derive las funciones $f(x) = \sqrt{x^3 e^{-x}}$, $g(x) = \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^5$. (1 punto)
 - Calcule $\int_2^4 \left(x^{1/2} + x^2\right) dx$. (0,5 puntos)
- Determine el dominio de definición de la función $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Halle sus intervalos de concavidad y convexidad así como sus puntos de inflexión. (2 puntos)
- El tiempo diario de conexión a internet de los alumnos de cierto instituto sigue una distribución normal con desviación típica 15 minutos. Para estimar la media del tiempo de conexión se toma una muestra y se obtiene, con un nivel de confianza del 95%, el intervalo de confianza (38 min., 46 min.). Calcular la media y el tamaño de la muestra. Detalle los pasos realizados para obtener los resultados. (3 puntos)

k	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $p(z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

Para la corrección del ejercicio se tendrán en cuenta los siguientes criterios generales:

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica.

- En aquellas preguntas en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.
- En las preguntas prácticas primará el correcto planteamiento del problema y se valorarán positivamente las explicaciones claras y precisas, y negativamente la ausencia de explicaciones o las explicaciones incorrectas.
- Si se comete un error que tenga relación con resultados posteriores de la misma pregunta, se ha de tener en cuenta si existe coherencia con el resultado erróneo. En caso afirmativo, se valorará el resto de las cuestiones de la misma pregunta, aunque si el error conduce a problemas más simples de los inicialmente propuestos disminuirá la calificación.
- Se podrán usar calculadoras aunque no sean necesarias para la resolución de los ejercicios. Se exigirá que todos los resultados analíticos y gráficos estén paso a paso justificados. (Utilización de fórmulas, obtención de gráficas, cálculo de derivadas).
- A la hora de corregir la prueba, se tendrá en cuenta la falta de acuerdo sobre los conceptos de convexidad y concavidad en la Bibliografía.

Se valorará el buen uso de la lengua y la adecuada notación científica, que los correctores podrán bonificar con un máximo de un punto. Por los errores ortográficos, la falta de limpieza en la presentación y la redacción defectuosa podrá bajarse la calificación hasta un punto.

OPCIÓN A

1. a) Despejar X 0,5 puntos. Calcular $(A^2)^{-1}$ 0,75 puntos.

b) Plantear el sistema 0,5 puntos. Ver que existen infinitas soluciones 0,5 puntos. Encontrar una matriz 0,25 puntos.

2. Escalonar la matriz 0,5 puntos. Razonar que no tiene solución 0,5 puntos.

3. a) Cada derivada 0,5 puntos.

b) Calcular la primitiva 0,25 puntos. Aplicar la fórmula de Barrow 0,25 puntos.

4. Máximo, mínimo y punto de inflexión 0,25 puntos cada uno. Estudio del crecimiento y decrecimiento 0,75 puntos. Estudio de la concavidad y convexidad 0,5 puntos.

5. a) 1 punto. **b)** 1 punto. **c)** 1 punto.

OPCIÓN B

1. a) No negatividad de las variables 0,25 puntos. Cada una de las dos restricciones 0,25 puntos. Dibujar el recinto 0,5 puntos. Calcular los vértices 0,75 puntos. Encontrar el máximo 0,5 puntos.

b) Modificar las restricciones y dibujar el nuevo recinto 0,5 puntos. Calcular los vértices y encontrar el nuevo máximo 0,5 puntos.

2. a) Cada derivada 0,5 puntos.

b) Calcular la primitiva 0,25 puntos. Aplicar la fórmula de Barrow 0,25 puntos.

3. Determinar el dominio de definición 0,5 puntos. Intervalos de convexidad 1 punto. Calcular punto de inflexión 0,5 puntos.

4. Determinar el valor crítico para el nivel de confianza del 95% 0,75 puntos. Calcular la media 1 punto. Calcular el tamaño de la muestra 1,25 puntos.