

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3,5 puntos)

a) (2,5 puntos) Los tres profesores de matemáticas de un instituto, María, Ana y Carlos, tienen edades cuya suma es 120 años. La suma de las edades de María y Ana es el doble que la edad de Carlos. Además, dentro de 4 años, la suma de las edades que tengan Ana y Carlos será el triple de la edad que tenga María. Plantear y resolver un sistema lineal que permita conocer las edades de los tres profesores.

b) (1 punto) Encontrar, si existe, la matriz inversa de:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

2. (3,5 puntos)

a) (2 puntos) Dada la función:

$$f = x^2y$$

definida para $x \geq 0$, $y \geq 0$, encontrar el punto (x, y) que maximiza f sujeto a la restricción $x + y = 36$.

b) (1,5 puntos) Calcular:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 6x} - 2x)$$

3. (3 puntos) El 47% de las personas de una ciudad son mujeres y el 53% restante hombres. De entre las mujeres, un 28% son jóvenes (entre 0 y 25 años), un 38% son adultas (entre 26 y 64 años) y un 34% son de la tercera edad (65 años o más). De entre los hombres, un 26% son jóvenes, un 43% son adultos y un 31% son de la tercera edad.

a) (0,75 puntos) Si elegimos una persona de la ciudad al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer de la tercera edad?

b) (0,75 puntos) Si elegimos una persona de la ciudad al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la tercera edad?

c) (0,75 puntos) Si elegimos una persona de la ciudad al azar de entre las de la tercera edad, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

d) (0,75 puntos) Si elegimos una mujer de la ciudad al azar de entre las que tienen 26 años o más, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la tercera edad?

OPCIÓN B

1. (3,5 puntos) Un deportista solamente puede tomar para desayunar barras de chocolate y barras de cereales. Cada barra de chocolate proporciona 40 gramos de hidratos de carbono, 30 gramos de proteínas y 200 Kcal, mientras que cada barra de cereales proporciona 80 gramos de hidratos de carbono, 10 gramos de proteínas y 100 Kcal. El deportista quiere tomar al menos 320 gramos de hidratos de carbono y 90 gramos de proteínas, pero no quiere tomar más de 1000 Kcal. El coste de cada barra de chocolate es de 2 euros, mientras que el de cada barra de cereales es de 1 euro. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántas barras de cada tipo tiene que tomar el deportista para desayunar de forma que cumpla las condiciones anteriores y gaste la menor cantidad de dinero.

2. (3,5 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 5}$$

Calcular:

- (0,5 puntos) Dominio de f .
 - (1 punto) ¿Para qué valores de x es la función positiva?
 - (0,75 puntos) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
 - (1,25 puntos) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
3. (3 puntos) Se sabe que el coeficiente intelectual de una población sigue una distribución normal, con desviación típica igual a 20 y queremos construir un intervalo de confianza para su media.
- (2 puntos) ¿Qué tamaño de la muestra debemos elegir para que el intervalo a nivel de confianza del 96% tenga una amplitud no superior a 10?
 - (1 punto) Decidimos tomar una muestra de 200 individuos, les medimos el coeficiente intelectual y calculamos su promedio, que es igual a 90. Calcular el intervalo de confianza al 96% para la media del coeficiente intelectual de la población.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes

CUESTIONES GENERALES:

En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aún así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio. En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.

Si se comete un error en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá sin tener en cuenta el error y no se penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 puntos.

OPCIÓN A

1. (3,5 puntos)

- a) (2,5 puntos) Llamando x, y, z a las edades de María, Ana y Carlos respectivamente, se puntúa 0,25 puntos por escribir la ecuación $x + y + z = 120$, 0,25 puntos por la ecuación $x + y = 2z$ y 0,5 puntos por la otra ecuación. Se puntúa 1,5 puntos la resolución del sistema (aunque sea a partir de un planteamiento erróneo, siempre que no dé lugar a un sistema mucho más sencillo que el original). Si se hace triangulación, la triangulación vale 1 punto y despejar los valores 0,5 puntos. Si se hace por Cramer, poner la fórmula adecuada (o aplicarla aun sin escribirla) vale 0,5 puntos y calcular los determinantes 1 punto (0,25 puntos cada uno).
- b) (1 punto) Si lo resuelven por el método de menores: cálculo del determinante 0,25 puntos, cálculo de los menores 0,25 puntos, asignar signo correcto dependiendo de la paridad 0,25 puntos, dividir por el determinante y trasponer la matriz (al final o en el momento de calcular los menores) para llegar a la inversa 0,25 puntos.

2. (3,5 puntos)

- a) (2 puntos) Sustituir correctamente x (ó y) 0,25 puntos. Derivar 0,5 puntos. Encontrar puntos críticos y deducir cuál es el máximo relativo 0,5 puntos. Deducir que el máximo relativo es absoluto (en particular comparando con lo que ocurre en los extremos del intervalo) 0,5 puntos. Encontrar el valor de la variable no calculada (x ó y) 0,25 puntos.
- b) (1,5 puntos) Multiplicar y dividir por el numerador cambiado de signo 0,5 puntos. Calcular el límite 1 punto.

3. (3 puntos) En todos los apartados se puntuará 0,25 puntos por poner una fórmula correcta y 0,5 puntos por sustituir correctamente. Si en un apartado se usa un resultado incorrecto de un apartado anterior, no se tendrá en cuenta el error anterior para evaluar el apartado.

OPCIÓN B

1. (3,5 puntos) Escribir la función objetivo 0,5 puntos. Escribir las restricciones 1 punto. Dibujar correctamente la región factible 0,5 puntos y encontrar los puntos extremos 1 punto (si encuentran los puntos extremos correctamente sin haber dibujado la región factible se asignan los 1,5 puntos). Encontrar el punto óptimo 0,5 puntos.

2. (3,5 puntos)
 - a) (0,5 puntos)
 - b) (1 punto) Factorizar correctamente el numerador 0,25 puntos. Encontrar los intervalos donde es positiva 0,75 puntos, rebajándose 0,5 puntos por un intervalo incorrecto y 0,75 puntos por más de un intervalo incorrecto. Si algún intervalo se pone cerrado, se rebajan 0,25 puntos.
 - c) (0,75 puntos) Asíntota vertical 0,25 puntos. Demostrar que no tiene asíntota horizontal 0,25 puntos. Asíntota oblicua 0,25 puntos.
 - d) (1,25 puntos) Calcular la derivada 0,5 puntos. Factorizar el numerador 0,25 puntos. Encontrar los intervalos de crecimiento y decrecimiento 0,5 puntos, rebajándose 0,25 puntos por un intervalo incorrecto y 0,5 puntos por más de un intervalo incorrecto.

3. (3 puntos)
 - a) (2 puntos) Saber qué cuantil buscar 0,5 puntos. Encontrarlo 0,5 puntos. Poner la fórmula del error 0,5 puntos. Sustituir y calcular n 0,5 puntos (si se deja el valor n no entero o se toma el anterior en vez del posterior entero se restan 0,1 puntos).
 - b) (1 punto) Calcular el error (semiamplitud del intervalo) 0,5 puntos; en esta parte se dará como correcto el cuantil del apartado (a), aunque no lo sea. Poner la fórmula del IC y calcularlo 0,5 puntos.