

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3,25 puntos) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- (0,5 puntos) ¿Se puede calcular AB ? Si es así, calcularla; si no se puede, razonar por qué.
- (0,5 puntos) ¿Se puede calcular BA ? Si es así, calcularla; si no se puede, razonar por qué.
- (1,25 puntos) Calcular, si existe, la matriz inversa de C .
- (1 punto) Encontrar, si existe, una matriz X tal que $2C + 4X = 3D$.

2. (3,25 puntos) Los ingresos por ventas (en millones de euros) que obtiene una empresa dependen del gasto que haga en publicidad, de forma que, si gasta x millones de euros, los ingresos por ventas son iguales a:

$$V(x) = \frac{21x + 12}{x + 1}$$

- (0,75 puntos) Encontrar, si existe, el valor o valores de x para los cuales los ingresos por ventas son iguales a 18 millones de euros.
- (1 punto) Calcular:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} V(x)$$

¿Cómo se puede interpretar el resultado?

- (1,5 puntos) Si definimos el beneficio por ventas como la diferencia entre los ingresos por ventas y el gasto en publicidad (esto es, $B(x) = V(x) - x$), calcular el máximo beneficio que se puede alcanzar cuando $x \in [0, 5]$.

3. (3,5 puntos) En la Facultad de Economía de una universidad se pueden estudiar 3 grados: Grado en Contabilidad, Grado en Economía y Grado en Empresariales. En todos los grados hay un grupo de mañana y un grupo de tarde. La distribución de los estudiantes en cada uno de los grados, según grupo de mañana y de tarde es:

	Grado en Contabilidad	Grado en Economía	Grado en Empresariales
Mañana	395	278	538
Tarde	240	306	486

- (0,5 puntos) Se elige al azar un estudiante de la Facultad. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del grupo de tarde del Grado en Contabilidad?
- (0,75 puntos) Se elige al azar un estudiante del grupo de tarde. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del Grado en Contabilidad?
- (0,75 puntos) Se elige al azar un estudiante de la Facultad. Sea A el suceso "Es del Grado en Contabilidad" y B el suceso "Es del grupo de tarde", ¿son independientes los sucesos A y B ?
- (0,75 puntos) Se eligen al azar dos estudiantes distintos de la Facultad. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos sean del grupo de tarde?
- (0,75 puntos) Se eligen al azar dos estudiantes distintos de la Facultad. ¿Cuál es la probabilidad de que sean del mismo Grado?

OPCIÓN B

1. (3,25 puntos) Una asociación está organizando un viaje a un parque temático para sus socios. Para comprar las entradas, la asociación ha llegado a un acuerdo con la dirección del parque, de forma que puede comprar dos tipos de entradas, "Grupal-A" y "Grupal-B" con las siguientes características:

- Cada entrada de tipo "Grupal-A" permite entrar al parque a 2 adultos y 3 niños, y cuesta 85 euros.
- Cada entrada de tipo "Grupal-B" permite entrar al parque a 4 adultos y 12 niños, y cuesta 230 euros.
- Deben comprarse, al menos, 4 entradas de tipo "Grupal-A" y 2 entradas de tipo "Grupal-B".

La asociación quiere que entren al parque, al menos, 40 adultos y 96 niños. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántas entradas de cada tipo "Grupal-A" y "Grupal-B" debe comprar para minimizar el coste total. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

2. (3,25 puntos) Dada la función, definida para $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2 & \text{si } x < -1 \\ 18 - 4x + x^2 & \text{si } -1 \leq x < 3 \\ x^3 - 9x^2 + 15x + 20 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

- a) (0,75 puntos) Calcular a sabiendo que f es continua en $x = -1$.
- b) (1,5 puntos) Calcular el máximo valor que toma la función f para $x \in [4, 8]$.
- c) (1 punto) Calcular:

$$\int_1^2 f(x) dx$$

3. (3,5 puntos)

a) (2,75 puntos) La duración de las bombillas de un fabricante es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 75 horas.

a1) (1,75 puntos) Queremos construir un intervalo de confianza al 98% para la media de la duración de las bombillas del fabricante, de forma que el error no sea mayor de 15 horas. ¿Qué tamaño de la muestra debemos tomar?

a2) (1 punto) Decidimos tomar un tamaño de la muestra igual a 150, comprobamos la duración de cada bombilla y calculamos su promedio, que resulta ser 1053 horas. Calcular el intervalo de confianza al 98% para la media de la duración de las bombillas del fabricante.

b) (0,75 puntos) Sean A y B sucesos tales que $P(A) = 0,6$, $P(B/A) = 0,9$ y $P(B) = 0,8$. Calcular $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ y $P(A/B)$.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

CUESTIONES GENERALES:

En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aun así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio. En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.

Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 puntos.

OPCIÓN A

1. (3,25 puntos)

- a) (0,5 puntos) Si no se calcula bien AB pero se ha razonado previamente que se puede calcular, se puntúa con 0,25 puntos. Si se calcula bien AB , se puntúa con 0,5 puntos aunque no se razone por qué se puede calcular.
- b) (0,5 puntos) Se asignan 0,5 puntos si se responde bien (no se asignan puntuaciones intermedias en este apartado).
- c) (1,25 puntos) Si lo resuelven por el método de menores: cálculo del determinante, 0,25 puntos; cálculo de los menores, 0,5 puntos (se restan 0,25 puntos por cada menor erróneo); asignar signo correcto dependiendo de la paridad, 0,25 puntos; dividir por el determinante y trasponer la matriz (al final o en el momento de calcular los menores) para llegar a la inversa, 0,25 puntos. Si se dejan el valor del determinante fuera de la matriz, se les resta 0,1 puntos. Si lo resuelven por el método de Gauss, un error en la triangularización les resta 0,25 puntos, 2 errores, 0,75 puntos y 3 errores les restan 1,25 puntos.
- d) (1 punto) Calcular $2C$, 0,25 puntos. Calcular $3D$, 0,25 puntos. Despejar X , 0,25 puntos y calcularla, 0,25 puntos (si se dejan $1/4$ fuera se les resta 0,1 puntos).

2. (3,25 puntos)

- a) (0,75 puntos) Plantear la ecuación, 0,25 puntos. Resolverla 0,5 puntos.
- b) (1 punto) Reconocer que es una indeterminación ∞/∞ , 0,25 puntos. Resolverla, 0,75 puntos.
- c) (1,5 puntos) Calcular la derivada, 0,5 puntos. Encontrar el punto crítico en el intervalo, 0,25 puntos. Comprobar que el punto es máximo relativo, 0,25 puntos. Comprobar o razonar que es máximo absoluto en el intervalo, 0,25 puntos. Dar el valor del beneficio máximo, 0,25 puntos.

3. (3,5 puntos)

- a) (0,5 puntos) Se asignan 0,5 puntos si se responde bien (no se asignan puntuaciones intermedias en este apartado).
- b) (0,75 puntos) Se asignan 0,75 puntos si se responde bien (no se asignan puntuaciones intermedias en este apartado).
- c) (0,75 puntos) Se valora con 0,25 puntos poner algún criterio de independencia y 0,5 puntos aplicarlo correctamente.

- d) (0,75 puntos) Se asignan 0,75 puntos si se responde bien (no se asignan puntuaciones intermedias en este apartado). Si el apartado se resuelve como si las extracciones fueran con reemplazamiento, se restan 0,25 puntos.
- e) (0,75 puntos) Se asignan 0,25 puntos por reconocer que es la suma de tres sumandos, aunque no se resuelva correctamente. Si el apartado se resuelve como si las extracciones fueran con reemplazamiento, se restan 0,25 puntos.

OPCIÓN B

1. (3,25 puntos)

Escribir la función objetivo, 0,25 puntos. Escribir las restricciones, 0,75 puntos, correspondiendo 0,25 puntos a la restricción del número de adultos, 0,25 puntos a la restricción del número de niños y 0,25 puntos a las restricciones del mínimo de entradas de cada tipo. Dibujar correctamente la región factible, 0,5 puntos y encontrar los puntos extremos, 0,75 puntos. Evaluar la función objetivo en cada uno de los puntos extremos y encontrar el de coste mínimo, 0,5 puntos y probar o razonar que aunque la región factible no es acotada, el problema tiene solución, 0,25 puntos. Dar el valor del coste mínimo, 0,25 puntos.

2. (3,25 puntos)

- a) (0,75 puntos) Calcular los límites laterales, 0,5 puntos (0,25 puntos por cada uno). Calcular a , 0,25 puntos.
- b) (1,5 puntos) Calcular la derivada, 0,5 puntos. Encontrar el punto crítico en el intervalo, 0,25 puntos. Comprobar que es mínimo relativo, 0,25 puntos. Razonar que el máximo debe encontrarse en un extremo del intervalo, 0,25 puntos. Encontrar el valor del máximo, 0,25 puntos.
- c) (1 punto) Se puntúa con 0,25 puntos la integral indefinida de cada sumando y con 0,25 puntos la sustitución de los límites de integración.

3. (3,5 puntos)

a) (2,75 puntos)

a1) (1,75 puntos) Saber qué cuantil buscar, 0,5 puntos. Encontrarlo, 0,5 puntos. Poner la fórmula del error, 0,5 puntos. Sustituir y calcular n , 0,25 puntos (si se deja el valor n no entero o se toma el anterior en vez del posterior entero se resta 0,1 puntos).

a2) (1 punto) Calcular el error (semiamplitud del intervalo), 0,5 puntos. En esta parte se dará como correcto el cuantil del apartado a1), aunque no lo sea. Poner la fórmula del IC y calcularlo, 0,5 puntos.

- b) (0,75 puntos) Se valora cada pregunta con 0,25 puntos, sin puntuaciones intermedias dentro de ellas. Si en una pregunta usan un resultado incorrecto de una pregunta anterior, se dará por bueno para la nueva pregunta.