

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3,25 puntos) Un artesano de vidrio va a fabricar figuras de dos tipos durante la próxima semana: cisne y elefante. Cada figura de cisne necesita 0,1 kg de vidrio y 30 minutos de trabajo, mientras que cada figura de elefante necesita 0,2 kg de vidrio y 20 minutos de trabajo. El artesano puede utilizar como máximo 16 kg de vidrio y 40 horas de trabajo. Además, el número de figuras de cisne que fabrique ha de ser menor o igual que el doble de figuras de elefante. Por cada figura de cisne obtiene un beneficio de 10 euros y por cada figura de elefante obtiene un beneficio de 8 euros. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar el número de figuras de cada tipo que tiene que fabricar para obtener el máximo beneficio. ¿Cuál es el valor de ese beneficio máximo?

2. (3,25 puntos) Dada la función, definida para $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & \text{si } x < -2 \\ \frac{x + b}{x^2 + 1} & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ x^3 - 9x^2 + 24x + 4 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) (1 punto) Calcular a y b sabiendo que f es continua en todos los puntos
b) (1,5 puntos) Calcular el mínimo valor que toma la función f para $x \in [3, 8]$.
c) (0,75 puntos) Calcular

$$\int_1^2 f(x) dx$$

3. (3,5 puntos) En una caseta de feria se puede jugar a lanzar balones a una canasta. El juego consiste en lanzar 2 balones; si se encesta al menos un lanzamiento, entonces se gana un premio. Luis va a jugar una partida: la probabilidad que tiene de encestar cada lanzamiento es de 0,3 y los lanzamientos son independientes.
- a) (0,75 puntos) ¿Qué probabilidad tiene Luis de encestar los dos lanzamientos?
b) (1 punto) ¿Qué probabilidad tiene Luis de ganar el premio?
c) (1 punto) Si Luis ha ganado el premio, ¿cuál es la probabilidad de que haya fallado el primer lanzamiento?
d) (0,75 puntos) Sea A el suceso "Luis falla el primer lanzamiento" y B el suceso "Luis gana el premio". ¿Son los sucesos A y B independientes?

OPCIÓN B

1. (3,25 puntos) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -8 & -3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- (1 punto) Calcular $(AB)^2$.
 - (1 punto) Encontrar, si existe, una matriz X tal que $2A + 3X = 4C$.
 - (1,25 puntos) Calcular, si existe, la matriz inversa de D .
2. (3,25 puntos) Un programa de televisión emitido ayer duró 120 minutos. La cuota de pantalla que tuvo el programa, medida en porcentaje, fue variando a lo largo del tiempo según la función:

$$C(x) = \frac{1}{200}(-x^2 + 100x + 7500)$$

donde $x \in [0, 120]$ es el tiempo (en minutos) transcurrido desde el inicio del programa y C es la cuota de pantalla, en porcentaje.

- (0,75 puntos) Encontrar los valores de tiempo, si los hubo, en los que la cuota de pantalla fue igual a 18.
- (1,5 puntos) ¿En qué instantes de tiempo se alcanzaron la mínima y máxima cuotas de pantalla del programa? ¿Cuáles fueron dichas cuotas?
- (1 punto) Calcular:

$$\int_{10}^{20} C(x) dx$$

3. (3,5 puntos)

- (1 punto) En un instituto hay 335 estudiantes de Bachillerato, 195 de los cuales están en primer curso y 140 están en segundo curso. Se eligen al azar dos estudiantes distintos de entre estos 335. ¿Cuál es la probabilidad de que estén en el mismo curso?
- (2,5 puntos) En una encuesta sobre hábitos alimentarios en una ciudad se ha tomado una muestra de 300 individuos y se les ha preguntado si son vegetarianos. De los 300 individuos, 72 son vegetarianos y los 228 restantes no lo son. Calcular el intervalo de confianza al 94% para la proporción de personas de la ciudad que son vegetarianas.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aún así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio. En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.

Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error de lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector. Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 puntos.

OPCIÓN A

1. (3,25 puntos)

Escribir la función objetivo, 0,25 puntos. Escribir las restricciones, 0,75 puntos, correspondiendo 0,25 puntos a cada una de las tres restricciones adicionales a las de no negatividad; no poner las condiciones de no negatividad se penalizará con 0,1 puntos. Dibujar correctamente la región factible, 0,5 puntos, y encontrar los puntos extremos, 1 punto (si encuentran los puntos extremos correctamente sin haber dibujado la región factible se asignan los 1,5 puntos). Encontrar el punto óptimo, 0,5 puntos; dar el valor del beneficio máximo, 0,25 puntos.

2. (3,25 puntos)

- Calcular los límites laterales en $x = -2$ y en $x = 0$: 0,5 puntos. Calcular a y b : 0,5 puntos (0,25 puntos cada parámetro).
- Calcular la derivada: 0,5 puntos. Encontrar el punto crítico en el intervalo: 0,25 puntos. Comprobar que es mínimo relativo: 0,25 puntos. Probar o razonar que es mínimo absoluto, 0,25 puntos. Encontrar el valor del mínimo: 0,25 puntos.
- Se puntúa con 0,5 puntos calcular la integral indefinida (se resta 0,25 por cada fallo) y con 0,25 puntos la sustitución de los límites de integración.

3. (3,5 puntos)

- Se asignan 0,75 puntos si se responde bien (no se asignan puntuaciones intermedias en este apartado).
- Por poner la fórmula correcta (teorema de la probabilidad total u otra si es correcta): 0,25 puntos. Sustituir correctamente y calcular: 0,75 puntos. Si no ponen la fórmula explícitamente pero la aplican bien, se puntúa con 1 punto el apartado.
- Por poner la fórmula correcta (teorema de Bayes u otra si es correcta), 0,25 puntos. Sustituir correctamente y calcular: 0,75 puntos. Si usan algún valor incorrecto de apartados anteriores, se dará por correcto para este apartado. Si no ponen la fórmula explícitamente pero la aplican bien, se puntúa con 1 punto el apartado.
- Se valora con 0,25 puntos escribir una condición para la independencia y 0,5 puntos aplicarla correctamente. Si en este apartado usan algún resultado erróneo de apartados anteriores se considerará correcto aquí.

OPCIÓN B

1. (3,25 puntos)

- a) Calcular AB 0,5 puntos. Calcular $(AB)^2$ 0,5 puntos.
- b) Calcular $2A$, 0,25 puntos. Calcular $4C$, 0,25 puntos. Despejar X , 0,25 puntos y calcularla, 0,25 puntos (si se dejan $1/3$ fuera se les resta 0,1 puntos).
- c) Si lo resuelven por el método de menores: cálculo del determinante: 0,25 puntos; cálculo de los menores: 0,5 puntos (se resta 0,25 puntos por cada menor erróneo); asignar signo correcto dependiendo de la paridad: 0,25 puntos; dividir por el determinante y trasponer la matriz (al final o en el momento de calcular los menores) para llegar a la inversa: 0,25 puntos. Si se dejan el valor del determinante fuera de la matriz, se les resta 0,1 puntos. Si lo resuelven por el método de Gauss, un error en la triangularización les resta 0,25 puntos, 2 errores: 0,75 puntos y 3 errores les resta: 1,25 puntos.

2. (3,25 puntos)

- a) Establecer la ecuación, 0,25 puntos. Resolverla 0,25 puntos. Comprobar que las soluciones no están en el intervalo y razonar que no hubo ningún momento con esa cuota de pantalla, 0,25 puntos.
- b) Calcular la derivada 0,25 puntos. Encontrar el punto crítico, 0,25 puntos. Comprobar que es máximo relativo, 0,25 puntos. Comprobar o razonar que es máximo absoluto 0,25 puntos. Razonar que el mínimo absoluto se tiene que encontrar en un extremo del intervalo y calcularlo 0,25 puntos. Dar los valores de las cuotas máximas y mínima 0,25 puntos. Como la función es una parábola, no es necesario que hagan la derivada, en cuyo caso se valorará con 0,25 puntos el razonar que es una parábola: 0,25 puntos encontrar el vértice y el resto de las puntuaciones de manera análoga al caso de la derivada (hasta llegar a 1,5 puntos si lo resuelven correctamente).
- c) Se puntúa con 0,25 puntos la integral indefinida de cada sumando y con 0,25 puntos la sustitución de los límites de integración.

3. (3,5 puntos)

- a) Se asignan 0,25 puntos por reconocer que es la suma de dos sumandos, aunque no se resuelva correctamente. Si el apartado se resuelve como si las extracciones fueran con reemplazamiento, se restan 0,25 puntos.
- b) Saber que cuantil buscar: 0,5 puntos. Encontrarlo: 0,5 puntos. Escribir correctamente y calcular $\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/n}$: 0,75 puntos. Poner la fórmula del IC y calcularlo: 0,75 puntos.