

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El estudiante responderá, como máximo, a tres de las seis preguntas propuestas. La nota final será el resultado de sumar las puntuaciones obtenidas en las preguntas realizadas y dividir dicha suma para tres.

1.- (10 puntos) Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ , se pide:

a.- (3 puntos) Calcula  $(B - A)^{-1}$ .

b.- (3 puntos) Calcula la matriz  $X$  que verifica:  $2X - AB = BA$ .

c.- (4 puntos) Resuelve el sistema de ecuaciones:  $C \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

2.- (10 puntos) Un mayorista de zapatos pone a la venta su stock, en concreto, 800 pares de botas, 1.200 pares de mocasines y 2.100 pares de zapatillas. Lanza dos ofertas, A y B. La oferta A consiste en 1 par de botas, 3 pares de mocasines y 7 pares de zapatillas y se vende a 360 euros. La oferta B consiste en 2 pares de botas y 2 pares de mocasines que vende a 120 euros. Se pide:

a.- (8 puntos) Plantea y resuelve un problema de programación lineal que permita calcular el número de lotes de cada oferta que maximiza el ingreso obtenido con la venta. ¿A cuánto asciende dicho ingreso máximo?

b.- (2 puntos) Razona cuántos pares de botas, mocasines y zapatillas quedarán sin vender en la solución óptima.

3.- (10 puntos) Un grupo de jóvenes emprendedores valoran abrir una empresa y, para ello, han encargado un estudio de mercado en el que estimaron que los beneficios para los próximos años, en cientos de miles de euros, vendrán dados por la función:

$$B(t) = \frac{2t - 6}{t + 4},$$

donde  $t$  representa los años transcurridos desde la apertura. Los emprendedores quieren saber:

a.- (2 puntos) ¿En qué intervalo la empresa tendrá pérdidas?

b.- (4 puntos) En qué momento  $t \in [3, 10]$  se alcanza el máximo beneficio y a cuántos euros asciende su valor. Justifica la respuesta.

c.- (2 puntos) ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para obtener un beneficio de 150.000 €?

d.- (2 puntos) En un horizonte infinito de tiempo, ¿existe límite para el beneficio? En caso afirmativo, ¿cuál es ese límite?

4.- (10 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{1-x} & \text{si } x \leq 0 \\ bx^2 + 2x + c & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad \text{donde } a, b, c \text{ son parámetros reales. Se pide:}$$

a.- (5 puntos) Determina los valores de los parámetros para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 0$ , la función tenga un extremo relativo en  $x = 1$  y  $f'(-1) = -1$ . Caracteriza si el extremo es máximo o mínimo.

b.- (2 puntos) Calcula, para los valores  $a = 1$ ,  $b = -2$ ,  $c = 3$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

c.- (3 puntos) Calcula, para los valores  $a = 1$ ,  $b = -2$ ,  $c = 3$ ;  $\int_1^2 f(x) dx$ .

5.- (10 puntos) Al terminar el bachillerato los 100 alumnos de un Centro, de las modalidades de *Ciencias* y *Artes*, planean viajar por Italia, Francia o Portugal. Entre los 55 alumnos de *Ciencias* se sabe que 10 quieren ir a Italia, 25 a Francia y 20 a Portugal. En el grupo de *Artes* hay 30 que quieren ir a Italia y 15 a Portugal. Elegido un alumno al azar, calcula:

- a.- (2,5 puntos) La probabilidad de que quiera ir a Portugal.
- b.- (2,5 puntos) Probabilidad de que un alumno que quiera ir a Italia sea de *Artes*.
- c.- (2,5 puntos) Probabilidad de que un alumno quiera ir a Francia y sea de *Ciencias*.
- d.- (2,5 puntos) Probabilidad de que un alumno de *Ciencias* quiera ir a Francia.

6.- (10 puntos) Se quiere estimar el tiempo diario de conexión a redes sociales de los universitarios. Se sabe que dicho tiempo tiene una distribución normal con desviación típica de 33 minutos (0,55 horas). Se desea construir un intervalo de confianza para la media diaria de conexión a redes sociales. Se pide:

- a.- (6 puntos) ¿A cuántos estudiantes debemos entrevistar para garantizar que el intervalo de confianza del 97% tenga una amplitud menor o igual a 0,16 horas?
- b.- (3 puntos) Se ha encuestado a 100 universitarios y se ha obtenido una media de 4 horas al día. Calcula el intervalo de confianza al 97% para la media poblacional.
- c.- (1 punto) Un informe de cierto Ministerio afirma que la media del tiempo que los universitarios pasan conectados a las redes sociales es de 5 horas al día. Razona, a la vista del apartado b.- si hay motivos para dudar de su afirmación.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de  $P(Z \leq k)$  para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

#### CUESTIONES GENERALES

- En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aun así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio.
- En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.
- Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 pts. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

#### Ejercicio 1

a) **(3 puntos)** Calcular  $(B - A)$  **(0,6 pts)** y calcular  $(B - A)^{-1}$  **(2,4 pts)**. Las puntuaciones intermedias para el cálculo de la inversa son:

1. Si se ha calculado haciendo operaciones elementales: transformar cada  $(a_{ij})$  inicial a la matriz identidad (0,6 pts cada coeficiente).
2. Si se ha calculado aplicando la fórmula  $(B - A)^{-1} = \frac{1}{|B - A|} (Adj(B - A))^t$  las calificaciones intermedias serán:  $|B - A|$  (0,5 pts),  $Adj(B - A)$  (0,9 pts), traspuesta (0,5 pts), y llegar al resultado (0,5 pts).

b) **(3 puntos)** Puntuaciones intermedias:

1. Despejar  $X$  de la ecuación:  $X = \frac{BA + AB}{2}$  (1 pto), calcular los productos:  $BA$ ,  $AB$  (1 pto) y realizar las operaciones  $\frac{BA + AB}{2}$  (1 pto).
2. Si se ha supuesto una matriz genérica  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ , se valorará con (1 pto) realizar las operaciones de la izquierda de la igualdad, (1 pto) realizar las operaciones de la derecha de la igualdad y (1 pto) obtener el valor de las incógnitas  $a, b, c, d$ .

c) **(4 puntos)** Las puntuaciones intermedias son:

Calcular  $rg(C)$  (1,5 pts), concluir que se trata de un sistema compatible indeterminado (1 pto) y obtener la solución (1,5 pts, 0,5 cada incógnita).

#### Ejercicio 2

a) **(8 puntos)**

- i. **(1 pto)** Definir las variables de decisión y la función objetivo.
- ii. **(1 pto)** Definir las tres restricciones del enunciado (0,25 pts cada una) y la condición de no negatividad de las variables  $x, y \geq 0$  (0,25 pts).
- iii. **(3 pts)** Representar la región factible (0,5 pts por cada una de las cinco restricciones y 0,5 pts por la intersección de todas ellas).

Para evaluar el cálculo de la solución óptima (aunque sea a partir de un planteamiento erróneo, siempre que no dé lugar a un problema mucho más sencillo que el original) se procederá como sigue:

1. Si se ha optado por evaluar la función objetivo en los vértices:
  - i. **(1,5 pts)** Calcular las coordenadas de los vértices (cada vértice 0,3).
  - ii. **(1 pto)** Evaluar la función objetivo en los vértices (cada vértice 0,2).
  - iii. **(0,5 pts)** Determinar el vértice donde se alcanza el máximo (0,25) y su valor (0,25).

2. Si se ha optado por curvas de nivel:

- i. **(2 pts)** Representar dos rectas de nivel e identificar la dirección de crecimiento (la primera recta 1 pto, una paralela 0,5 pts, identificar la dirección de mejora 0,5 pts).
  - ii. **(0,5 pts)** Razonar gráficamente el vértice solución.
  - iii. **(0,5 pts)** Determinar analíticamente el máximo (0,25 pts) y su valor (0,25 pts).
- b) **(2 puntos)** Razonamiento (1 pto) y la respuesta (1 pto).

### Ejercicio 3

- a) **(2 puntos)** Identificar la pregunta con el signo  $B(t) < 0$  (1 pto) y resolver la inecuación (1 pto).
- b) **(4 puntos)** Calcular la derivada de  $B(t)$  (1,5 pts), signo  $B'(t) > 0$  (1 pto), calcular la coordenada  $t$  del máximo absoluto (1 pto). Calcular, en la unidad solicitada (0,1 pts), el beneficio máximo (0,4 pts).
- c) **(2 puntos)** Expresar que hay que resolver  $B(t) = 1,5$  (1 pto) y resolver la ecuación (1 pto).
- d) **(2 puntos)** Identificar la pregunta con  $\lim_{t \rightarrow \infty} B(t)$  (1 pto) y calcular dicho límite (1 pto).

### Ejercicio 4

- a) **(5 puntos)**
  - i. **(3 pts)** Condición de continuidad en  $x = 0$  (1 pto), condición de extremo (1 pto) y condición en la derivada (1 pto).
  - ii. **(1 pto)** Calcular correctamente los coeficientes  $a, b, c$ .
  - iii. **(1 pto)** Caracterizar el extremo.
- b) **(2 puntos)** Cada límite se calificará con 1 pto.
- c) **(3 puntos)**
  - (1,5 pts)** Cálculo de primitivas (0,5 pts cada sumando).
  - (1,5 pts)** Aplicar la Regla de Barrow y llegar al resultado (0,5 pts cada sumando).

### Ejercicio 5

Para obtener la máxima calificación no se necesita tanto detalle como aparece en la pauta de corrección. La falta de notación puede ser sustituida por la explicación, diagramas o tablas. **Si la respuesta no es correcta** o es incompleta pueden aplicarse las siguientes calificaciones intermedias.

- a) **(2,5 puntos)**
  - i. **(1 pto)** Definir los sucesos  $I =$  Viajar a Italia,  $P =$  Viajar a Portugal,  $F =$  Viajar a Francia,  $A =$  alumno de artes,  $C =$  alumno de ciencias.
  - ii. **(0,5 pts)** Llevar datos a una tabla de contingencia.
  - iii. **(1 pto)** Calcular  $P(P)$ .
- b) **(2,5 puntos)**
  - i. **(1 pto)** Expresar la probabilidad a calcular como  $P(A/I)$ .
  - ii. **(1,5 pts)** Calcular  $P(A/I)$ .
- c) **(2,5 puntos)**
  - i. **(1 pto)** Expresar la probabilidad a calcular como  $P(F \cap C)$ .
  - ii. **(1,5 pts)** Calcular  $P(F \cap C)$ .
- d) **(2,5 puntos)**
  - i. **(1 pto)** Expresar la probabilidad a calcular como  $P(F/C)$ .
  - ii. **(1,5 pts)** Calcular  $P(F/C)$ .

### Ejercicio 6

- a) **(6 puntos)**
  - i. **(1,5 pts)** Saber qué cuantil buscar.
  - ii. **(1,5 pts)** Calcularlo.
  - iii. **(3 pts)** Poner la fórmula del error (1,5 pts). Sustituir y calcular (1,5 pts).

Si se deja el valor  $n$  no entero o se toma el anterior en vez del posterior, se restan 0,5 pts. Si el cálculo se realiza tomando el error (semiamplitud) como 0,16 h. en vez de 0,08 h., se resta 1 pto.
- b) **(3 puntos)**
  - i. **(1,5 pts)** Calcular el error (semiamplitud del intervalo).  
En esta parte se dará como correcto el cuantil del apartado a., aunque no lo sea.
  - ii. **(1,5 pts)** Poner la fórmula del intervalo de confianza y calcularlo.
- c) **(1 punto)** Es suficiente con argumentar que, al no estar el valor 5 dentro del intervalo, hay motivos para dudar –con los datos del problema- de la afirmación del Ministerio.