

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El estudiante responderá, como máximo, a tres de las seis preguntas propuestas. Si se realizan más de tres ejercicios sólo se corregirán los tres primeros que aparezcan en el tríptico y, para evitar confusiones, se recomienda numerarlo. La nota final será el resultado de sumar las puntuaciones obtenidas en las preguntas realizadas y dividir dicha suma para tres.

1.- (10 puntos) Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} m & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

a.- (3 puntos) Calcule el valor de  $m$  para que la ecuación matricial  $X \cdot A = B$  tenga solución única.

b.- (4 puntos) Para  $m = 1$ , resuelva la ecuación matricial anterior.

c.- (3 puntos) Resuelva el sistema de ecuaciones:  $B \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2.- (10 puntos) Una empresa de transportes valora la apertura de sucursales rurales y/o urbanas. Las sucursales rurales emplean a tres personas, requieren de una inversión de 100.000 euros para su apertura y generan unos ingresos de 15.000 euros al mes. Las sucursales urbanas emplean a 6 personas, requieren de 150.000 euros de inversión y generan un ingreso de 18.000 euros al mes. La empresa de transportes tiene hasta tres millones de euros disponibles para abrir nuevas sucursales, han decidido limitar el número de nuevas sucursales a 25 y se han comprometido a crear como mínimo 60 empleos.

a.- (3 puntos) Plantee un problema de programación lineal que permita calcular el número de sucursales de cada tipo que deben abrirse para maximizar el ingreso mensual.

b.- (5 puntos) Resuelva el problema anterior y calcule el ingreso mensual máximo que se obtendría.

c.- (2 puntos) En la solución óptima, ¿cuántos empleos generará?, ¿se gasta todo el dinero disponible?

3.- (10 puntos) En una empresa el coste total, en euros, de producir  $q$  unidades viene dado por:

$$C(q) = 300q - 10q^2 + \frac{q^3}{3}$$

a.- (3 puntos) Calcule la función coste marginal ( $C_m(q) = C'(q)$ ) ¿A partir de qué unidad el coste marginal aumenta al aumentar la producción?

b.- (3 puntos) Determine el nivel de producción para el que se minimiza el coste medio  $CM(q) = \frac{C(q)}{q}$ .

c.- (4 puntos) Si el precio de venta unitario, en euros, del artículo en el mercado es  $P(q) = 240 - 2q$ . Determine para qué nivel de producción se maximiza el beneficio (ingresos menos costes).

4.- (10 puntos) Siendo  $a, b$  parámetros reales, se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{3} & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{ax + b} & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ \frac{7}{2} - \frac{x}{6} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

a.- (3 puntos) Determine el valor de los parámetros para que  $f(x)$  sea continua.

b.- (4 puntos) Para dichos valores, analice si  $f(x)$  es derivable en  $x = 0$  y en  $x = 3$ .

c.- (3 puntos) Calcule el valor máximo y mínimo de  $f(x)$  si  $x \in [6, 9]$  y las coordenadas de los puntos donde se alcanzan dichos valores.

5.- (10 puntos) Responde a las dos cuestiones siguientes:

a.- (6 puntos) Se ha realizado una encuesta sobre la compra de ropa por internet, en concreto sobre compra de ropa nueva y compra de ropa de segunda mano. De los entrevistados, el 90% dice que compra ropa (usada o nueva), el 15% compra ropa de ambos tipos y el 60% no compra ropa de segunda mano. Para un encuestado elegido al azar:

a.1 (3 puntos) Calcule la probabilidad de que compre ropa nueva y no de segunda mano.

a.2 (3 puntos) Si dice que no compra ropa de segunda mano ¿cuál es la probabilidad de que tampoco compre ropa nueva?

b.- (4 puntos) En una encuesta realizada a 64 jóvenes 8 se mostraron contrarios a llevar mascarillas en el interior de recintos de ocio. Calcule un intervalo de confianza al 97% para determinar la proporción de jóvenes que son contrarios al uso de mascarilla en interiores de recintos de ocio.

Por otro lado, el alcalde de la ciudad considera que si existe un 25% de jóvenes adversos al uso de mascarilla se requiere aplicar algún tipo de medida de concienciación. A la vista del intervalo calculado ¿se debería implantar alguna medida de concienciación?

6.- (10 puntos) Por una prueba de acceso a la Universidad realizada a los estudiantes de segundo de Bachillerato, se sabe que las calificaciones obtenidas se distribuyen según una distribución normal.

a.- (4 puntos) Si la media de la prueba selectiva es de 65 puntos y la desviación típica 8. Calcule la probabilidad de que la nota media de 25 estudiantes elegidos al azar sea mayor a 63 puntos.

b.- (3 puntos) Calcule un intervalo de confianza para la nota media de ingreso en DADE, con un nivel de confianza del 92%, sabiendo que ingresan 100 estudiantes, que la nota media de acceso es de 80 puntos y que la desviación típica es 8,8 puntos.

c.- (3 puntos) Determine el tamaño de la muestra necesario para que el error máximo del intervalo de confianza calculado en el apartado anterior se reduzca a la mitad (con los datos del apartado b.-).

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	k
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	3,1
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	3,2
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	3,3
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	3,4
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	3,5
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	3,6

NOTA: En la tabla figuran los valores de  $P(Z \leq k)$  para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

### CUESTIONES GENERALES

- En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aun así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio.
- En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.
- Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 ptos. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

### Ejercicio 1

- a) **(3 puntos)** Relacionar la pregunta con condición de matriz inversible (1 pto), caracterizar justificadamente los valores de  $m$  para que la matriz sea inversible (2 ptos). Esta puntuación puede desglosarse con 1 pto el cálculo del determinante o escalar la matriz y 1 pto concluir el valor de  $m$ .
- b) **(4 puntos)** Despejar  $X$  de la ecuación (0,6 ptos), calcular  $A^{-1}$  (2,5 ptos), y calcular el producto  $BA^{-1}$  (0,9 ptos, 0,1 pto cada coeficiente). Las puntuaciones intermedias para el cálculo de la inversa serán:
- Si se ha calculado haciendo operaciones elementales (0,5 ptos cada operación elemental). Un fallo de operación elemental se penaliza con 0,5 ptos, dos con 1 pto, tres con 1,5 ptos y más no se puntúa nada.
  - Si se ha calculado aplicando la fórmula  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} (Adj(A))^t$ ;  $Adj(A)$  (1,5 ptos), traspuesta y llegar al resultado (1 pto). Un fallo se penaliza con 0,5 ptos, dos con 1 pto, tres con 1,5 ptos y más no se puntúa nada.
- c) **(3 puntos)** Escalonar la matriz (1,5 ptos), concluir que se trata de un sistema compatible indeterminado (0,5 ptos) y obtener la solución (1 pto).

### Ejercicio 2

- a) **(3 puntos)** Definir las variables de decisión (0,5 ptos), la función objetivo (0,5 ptos), definir las tres restricciones del enunciado (1,5 ptos=0,5\*3) y la condición de no negatividad de las variables  $x, y \geq 0$  (0,5 ptos).
- b) **(5 puntos)** Representar la región factible (0,5 ptos por cada una de las cinco restricciones y 0,5 ptos por la intersección de todas ellas). Para evaluar el cálculo de la solución óptima (aunque sea a partir de un planteamiento erróneo, siempre que no dé lugar a un problema mucho más sencillo que el original) se procederá como sigue:
- Si se ha optado por evaluar la función objetivo en los vértices: calcular las coordenadas de los vértices (1 pto; cada vértice 0,2\*5), evaluar la función objetivo en los vértices (0,5 ptos= 0,1\*5), determinar el vértice donde se alcanza el máximo (0,3 ptos) y su valor (0,2 ptos).
  - Si se ha optado por curvas de nivel: representar dos rectas de nivel e identificar la dirección de crecimiento (la primera recta 0,6 ptos, una paralela 0,4 ptos, identificar la dirección de mejora 0,3 ptos) y razonar gráficamente el vértice solución (0,3 ptos). Determinar analíticamente las coordenadas del máximo (0,2 ptos) y su valor (0,2 ptos).
- c) **(2 puntos)** La respuesta a cada cuestión formulada se valorará con 1 pto.

### Ejercicio 3

- a) **(3 puntos)** Calcular  $C_m(q)$  (1 pto), identificar la pregunta con analizar el crecimiento de  $C_m(q)$  y calcular  $C'_m(q)$  (1 pto); analizar el signo y responder a la pregunta (1 pto).
- b) **(3 puntos)** Calcular  $CM(q)$  y  $CM'(q)$  (1 pto), punto crítico (1 pto), caracterizar como mínimo (1 pto).
- c) **(4 puntos)** Plantear la función beneficio  $B(q)$  (1 pto), calcular  $B'(q)$  (1 pto), calcular los puntos críticos (1 pto). Obtener el máximo, justificando que lo es (1 pto).

### Ejercicio 4

- a) **(3 puntos)** Condición de continuidad en un punto, por ejemplo,  $x = 0$  (1 pto) y condición de continuidad en el segundo punto, por ejemplo,  $x = 3$  (0,5 ptos) y continuidad en el resto del dominio (0,5 ptos). Se valorará con (0,5 puntos) el cálculo del valor del parámetro  $a$  y se valorará con (0,5 ptos) el cálculo del valor del parámetro  $b$ .
- b) **(4 puntos)** Calcular la derivada (2 ptos = 0,5+1+0,5). Analizar que la función no es derivable en  $x = 0$  (1 pto) y analizar la derivabilidad en  $x = 3$  (1 pto).
- c) **(3 puntos)** Calcular  $f'(x)$  en el trozo solicitado (0,5 ptos), concluir que  $f'(x) \neq 0$  y no existen puntos críticos (0,5 ptos). Calcular la coordenada  $x$  del máximo absoluto y su valor (1 pto), calcular la coordenada  $x$  del mínimo absoluto y su valor (1 pto).

### Ejercicio 5

Para obtener la máxima calificación no se necesita tanto detalle como aparece en la pauta de corrección. La falta de notación puede ser sustituida por la explicación, diagramas o tablas.

- a) **(6 puntos)**
- a.1 **(3 puntos)** Definir los sucesos que intervienen y usar los datos del enunciado para determinar  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cap B)$ ,  $P(\bar{B})$  (1 pto). Identificar la pregunta del enunciado como el suceso  $P(A \cap \bar{B})$  (0,5 ptos). Calcular  $P(A)$  (1 pto) y calcular  $P(A \cap \bar{B})$  (0,5 ptos).
- a.2 **(3 puntos)** Identificar la pregunta del enunciado como el suceso  $P(\bar{A}/\bar{B})$  (1 pto). Aplicar la fórmula de la probabilidad condicionada (0,5 ptos) y  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B})$  en el numerador (0,5 ptos). Pasar al contrario  $1 - P(A \cup B)$  (0,5 ptos) y calcular (0,5 ptos).
- b) **(4 puntos)** Saber qué cuantil buscar y calcularlo (1,5 ptos). Poner la fórmula de error, sustituir y calcular (1,5 ptos). Calcular el intervalo de confianza (0,5 ptos) y responder a la pregunta (0,5 ptos).

### Ejercicio 6

- a) **(4 puntos)** Indicar los parámetros de la distribución de la variable aleatoria solicitada (1 pto). Expresar la probabilidad a calcular como  $P(\bar{X} > 63)$  y tipificar (1,5 ptos). Calcular dicha probabilidad (1,5 ptos).
- b) **(3 puntos)** Saber qué cuantil buscar y calcularlo (1,5 ptos). Poner la fórmula de error, sustituir y calcular (1 pto). Calcular el intervalo de confianza (0,5 ptos).
- c) **(3 puntos)** En esta parte se dará como correcto el cuantil del apartado b), aunque no lo sea. Calcular el error con el que se realizará el ejercicio (1 pto). Sustituir y calcular el valor de  $n$  (2 ptos). Si se deja el valor  $n$  no entero o se toma el anterior en vez del posterior, se restan 0,5 ptos.