



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El ejercicio consta de tres bloques de preguntas. Debe contestarse necesariamente a los tres bloques, escogiendo una pregunta (A o B) de cada uno.
2. Todas las preguntas valen igual.
3. Las respuestas deben estar razonadas.
4. Para la resolución puede usarse una calculadora simple, aunque todos los resultados finales pueden ser presentados sin efectuar las operaciones.
5. La duración total del ejercicio es de hora y media.

BLOQUE 1

1.A. El costo de producir x unidades de un producto está dado por la función $f(x) = 10x^2 + 200x + 6000$.

Si p es el precio por unidad, el número de unidades vendidas a ese precio es $x = \frac{1000 - p}{10}$.
Expresar la ganancia obtenida como función de x , y determinar:

- a) Para qué valores de x la ganancia es positiva.
- b) Para qué valor de x la ganancia es máxima.

1.B. Dada la función $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ donde a es un número real

- a) Demostrar que cualquiera que sea el valor de a , f tiene un mínimo, y no tiene máximo.
- b) Demostrar que si $a \neq 0$, f tiene un punto de inflexión y una asíntota vertical. ¿Qué ocurre si $a = 0$?
- c) Representar gráficamente el caso $a = 1$.

BLOQUE 2

2.A. Discutir el siguiente sistema de ecuaciones, según los valores de k , y resolverlo cuando proceda:

$$\left. \begin{aligned} 2y + kz &= k \\ (k-2)x + y + 3z &= 0 \\ (k-1)y &= 1-k \end{aligned} \right\}$$

2.B. Sean a , b y c tres números distintos de 0, y sea M la matriz $M = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & b & c \\ a & 0 & c \end{pmatrix}$

- a) Demostrar que tiene inversa, y calcularla.
- b) Resolver el sistema expresando las soluciones en términos de a , b y c .

$$\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & b & c \\ a & 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

c) Estudiar si pueden existir valores de a , b y c para que el punto $(x, y, z) = (1, 1, 1)$ sea solución del sistema.

BLOQUE 3

3.A.

- a) Hallar la mínima distancia entre la recta r que pasa por $A = (2, -1, -1)$ y $B = (6, -8, 0)$, y la recta s que pasa por $C = (2, 1, 2)$ y $D = (0, 2, -1)$.
- b) Hallar la recta perpendicular a ambas, y que se apoya en ellas.

3.B. Dada una recta $r \equiv \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \end{cases}$ y un plano $\Pi \equiv a_3x + b_3y + c_3z = d_3$

- a) Explica brevemente cómo se determina su posición relativa en el espacio.
- b) Si la recta no corta al plano, ¿cómo se determina la distancia de la recta al plano?
- c) Si la recta corta al plano en un punto, ¿cómo se determina el ángulo que forman?