



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El ejercicio consta de tres bloques de preguntas. Debe contestarse necesariamente a los tres bloques, escogiendo una pregunta (A o B) de cada uno.
2. Todas las preguntas puntúan igual.
3. Las respuestas deben estar razonadas.
4. Para la resolución puede usarse una calculadora simple, aunque todos los resultados finales pueden ser presentados sin efectuar las operaciones.

BLOQUE 1

1.A. Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{2} \ln\left(\frac{x}{a}\right)$, donde $a > 0$ es un número fijo, se pide estudiar:

- a) Dominio y asíntotas.
- b) Crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.
- c) Concavidad y convexidad.
- d) Representar gráficamente la función.

1.B. Calcular: $\int x \ln(1+x^2) dx$

BLOQUE 2

2.A. Sea la matriz $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 & 2a \\ a^2 & -1 & 2 & 1 \\ 8 & -1 & a+1 & 2a-2 \end{pmatrix}$

- a) Encontrar, si existe, el valor de a para que M tenga rango 2.
- b) Encontrar, si existe, el valor de a para que M tenga rango 3.

2.B. Discutir el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a . Resolverlo cuando sea posible.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y + 2z = 2 \\ 2x + y + z = 1 \\ 2x + a^2y + z = a \end{array} \right\}$$

BLOQUE 3

3.A. Se considera la siguiente ecuación: $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ a \end{pmatrix}$

- a) Interpretar el significado geométrico de la ecuación en función de a .
- b) ¿Para qué valores de a se puede asegurar que la ecuación tiene solución?
- c) Para el valor de a obtenido en el apartado anterior, resolver la ecuación.

3.B. Dados los planos $\Pi_1 \equiv mx + 2y - 3z - 1 = 0$ y $\Pi_2 \equiv 2x - 4y + 6z + 5 = 0$

- a) Determinar m para que sean paralelos, y hallar su distancia.
- b) Determinar m para que sean ortogonales y, hallar un punto y un vector de la recta de intersección.