



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Todas las preguntas se puntúan igual.

BLOQUE 1

1.A. Sea $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 4$. Se pide:

- a) Determinar los máximos y mínimos relativos de $f(x)$ y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) Calcular los valores máximo y mínimo que toma la función $f(x)$ en el intervalo $[0,3]$.

1.B. Si $f(x) = \sqrt{\frac{x}{2}}$ y $g(x) = |1 - x|$

- a) Dibujar las dos gráficas en un mismo plano y calcular sus puntos de intersección.
- b) Determinar el área del recinto encerrado entre ambas gráficas.

BLOQUE 2

2.A. Se considera el sistema de ecuaciones $S = \begin{cases} 3x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y + z = 4 \end{cases}$

- a) Resolver el sistema S .
- b) Añadir al sistema S una ecuación de la forma $x + y = a$ y discutir el sistema obtenido según los valores de a .
- c) Añadir al sistema S una ecuación de forma que se obtenga un sistema compatible determinado con solución $(2, -1, -3)$.

2.B. a) Si A es una matriz regular de orden n y existe una matriz B tal que $AB + BA = 0$, probar que $BA^{-1} + A^{-1}B = 0$.

b) Si $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, determinar una matriz B , distinta de cero, tal que $AB + BA = 0$.

BLOQUE 3

3.A. Dadas las rectas $r = \begin{cases} x - 3y + 6 = 0 \\ ax - 3z + 3 = 0 \end{cases}$ y $s = \begin{cases} x - 2ay + 4a - 1 = 0 \\ 2y - z - 4 = 0 \end{cases}$

- a) Averiguar si existe algún valor de a para el cual las rectas están contenidas en un plano. En caso afirmativo, calcular la ecuación de dicho plano.
- b) Determinar, cuando sea posible, los valores de a para los cuales las rectas son paralelas y los valores de a para los que las rectas se cruzan.

3.B. Se consideran los puntos $P = (2, 1, -1)$, $Q = (1, 4, 1)$ y $R = (1, 3, 1)$.

- a) Comprobar que no están alineados y hallar el área del triángulo que determinan.
- b) Si desde el punto $(1, 1, -1)$ se trazan rectas a cada uno de los puntos P , Q y R , se obtiene una pirámide. Hallar la altura de dicha pirámide y su volumen.