



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Todas las preguntas se puntúan igual.

BLOQUE 1

- 1.A. Sea $f(x) = nx - x^n$ siendo n cualquier número entero distinto de 0 y 1.
- a) Comprobar que, para cualquier valor de n ($\neq 0, 1$), $f(x)$ tiene un extremo relativo en $x = 1$. Averiguar si depende o no del valor de n , el que este extremo sea máximo o mínimo.
 - b) Suponiendo ahora que $n > 1$, determinar, según los valores de n , los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
Utilizar esto para probar que $nx - x^n \leq n - 1$ para todo $x \geq 0$ y para todo $n > 1$.

1.B. Dada la función $f(x) = x\sqrt{5-x^2}$ se pide:

- a) Dominio y cortes con los ejes. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) Calcular el área encerrada entre la gráfica de $f(x)$ y el eje de abscisas.

BLOQUE 2

2.A. Si la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ tiene determinante n , averiguar el valor del determinante de las siguientes

matrices: $B = \begin{pmatrix} 6d & 4e & 2f \\ 3g & 2h & i \\ 9a & 6b & 3c \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} d+f & e & f+e \\ a+c & b & c+b \\ g+i & h & i+h \end{pmatrix}$

2.B. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{vmatrix} a & b & -2a & 3b \\ -1 & x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & 0 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix}$$

Sabiendo que $f(0) = -3$ y $f(1) = f(-1)$, determinar a y b .

BLOQUE 3

3.A. Dada la recta $r \equiv \begin{cases} 3x - y + z = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$, se pide:

- a) Determinar la ecuación de la recta s que pasa por el punto $P = (2, -1, 0)$ y corta perpendicularmente a r . Calcular el punto Q intersección de r y s y el simétrico de P respecto de r .
- b) Obtener, explicando el procedimiento utilizado, una recta paralela a s que se cruce con r .

3.B. Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - y + 2z = -1 \end{cases}$. Se pide:

- a) De todos los planos que se pueden representar por una ecuación de la forma $5x + my - 2z + 1 = 0$, probar que hay un único plano π que es paralelo a r .
Comprobar si el plano π obtenido contiene o no a la recta r y en caso negativo, determinar el plano π_1 que es paralelo a π y contiene a r .
- b) Obtener la ecuación de una recta contenida en π_1 que sea perpendicular a r . ¿Cuántas hay?