UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOGSE - JUNIO 2001

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Todas las preguntas se puntúan igual.

BLOQUE 1

1.A. Si $f(x) = e^{-x}(x^2 + 6x + 9)$, se pide:

a) Dominio, cortes con los ejes y asíntotas.

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.

c) A partir de los resultados anteriores, obtener el menor valor c para el cual se cumpla

$$e^{-x}(x^2 + 6x + 9) < c \qquad \text{para todo } x > 2.$$

1.B. Se considera la función $f(x) = \left|sen(4x) - \frac{1}{2}\right|$. Se pide:

a) Puntos de corte con los ejes. ¿Cuáles son los valores máximo y mínimo que toma la función $f(x)$?

b) Estudio de la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en el intervalo $(0,\pi)$.

BLOQUE 2

2.A.

Si $A = \begin{pmatrix} a & 0 & b & 0 \\ b+1 & a & 0 & 0 \\ 0 & b+1 & 0 & a \\ 0 & 0 & a & b \end{pmatrix}$

a) Probar que para cualquier valor de a y b, es $rango\ A \geq 2$.

b) Determinar un par de valores reales de a y b para los cuales sea $rango\ A = 3$ y otro par de valores de a y b de forma que $rango\ A = 4$.

2.B.

a) Sea $A = \begin{pmatrix} 7 & a & -6 \\ 3 & a & -3 \\ 3a & 2 & -5 \end{pmatrix}$.

Averiguar si existe algún valor de a de forma que $A^2 - 3A = -2I$ siendo I la matriz identidad.

b) Sea A cualquier matriz cuadrada tal que $A^2 - 3A = -2I$. Probar que A tiene inversa utilizando la ecuación dada para expresar A^{-1} en función de A.

BLOQUE 3

3.A. Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = -3 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 1 = 0$. Se pide:

a) Determinar el punto P intersección de r y π, y el punto Q en que la recta r corta al eje OZ.

b) Determinar el punto R que es simétrico de Q respecto de π y la ecuación de la recta simétrica de r respecto del plano π.

c) Calcular el área del triángulo de vértices P, Q, R.

3.B. Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} x + 2z = 3 \\ y + 4z = 5 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv 3x - y + 2z = 1$. Se pide:

a) Comprobar que r y π son paralelos.

b) Calcular la distancia entre r y π.

c) Determinar, explicando el procedimiento utilizado, dos rectas distintas que estén contenidas en π y sean paralelas a r.