UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOGSE - SEPTIEMBRE 2002

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Todas las preguntas se puntúan igual.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

BLOQUE 1

1.A. Se consideran todos los pares de números reales positivos x, y tales que $xy = 2002$. Se pide:

a) Determinar el par x,y cuya suma $x + y$ es mínima y calcular el valor de dicha suma.

b) Probar que entre todos los pares existentes, puede elegirse x, y de forma que $x + y$ sea tan grande como se quiera.

1.B. Dada la función $f(x) = x - \sqrt{\dfrac{2}{x+1}}$, se pide:

a) Dominio, cortes con los ejes e intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Área del recinto limitado por la función, el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = 3$.

BLOQUE 2

2.A. Resolver la ecuación:

$$\begin{vmatrix} x-1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & x-1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x-1 \end{vmatrix} = 0$$

2.B. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ b & a & 1 & -1 \\ a & -1 & a & 0 \\ -2 & -b & a & 0 \end{pmatrix}$$

determinar a y b para que $A^t = -A$. (A^t representa la matriz traspuesta de A).

Para los valores a y b obtenidos, calcular $\det A$, $\det A^t$ y $\det (3A)$.

BLOQUE 3

3.A. Se consideran las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2y - z = 0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ y + 2z = 5 \end{cases}$$

Se pide:

a) Probar que r y s están en un mismo plano π.

b) Determinar la posición de la recta $t \equiv x = y + 1 = -z - 2$ respecto del plano π y respecto de la recta s.

c) Ecuación de la recta paralela a r que se corta con s y con t.

3.B. Se consideran los puntos $A = (4, 0, -1)$ y $B = (1, 0, 0)$. Se pide:

a) Ecuación de la recta r determinada por los puntos A y B y de la recta t paralela a r por el punto $(1, 1, 1)$.

b) Ecuación del plano π que contiene a las rectas r y t.

c) Determinar algún punto C del plano π de forma que los puntos A, B, C formen un triángulo rectángulo con el ángulo recto en C.