



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Todas las preguntas se puntúan igual.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

BLOQUE 1

1.A. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2a \\ 0 & a & 0 \\ -a & 0 & -a \end{pmatrix}$, donde a es distinto de cero.

- a) Calcula A^2 .
- b) Calcula A^{-1} .
- c) Calcula razonadamente A^{20} .
- d) Calcula razonadamente $\det(A^{19})$.

1.B. a) El siguiente sistema es compatible y determinado. Calcula su solución.

$$\begin{aligned} -x + y + z &= 1 \\ 4y + 3z &= 2 \\ x + 2y &= 1 \\ x + 3y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

b) Considera ahora el sistema:

$$\begin{aligned} -x + y + z &= 1 \\ 4y + az &= 2 \\ x + 2y &= 1 \\ x + ay + 2z &= 1 \end{aligned}$$

- ¿Es posible encontrar valores para a tales que el sistema sea incompatible? En caso afirmativo, indica cuáles. Justifica tu respuesta.
- ¿Es posible encontrar valores para a tales que el sistema sea compatible indeterminado? En caso afirmativo, indica cuáles. Justifica tu respuesta.

BLOQUE 2

2.A. Considera la función $f(x) = x^3 + ax^2 + 5$.

- Calcula el valor de a para que f tenga un extremo relativo (máximo o mínimo) cuando $x = 2$.
- Para ese valor de a , calcula todos los extremos relativos, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los puntos de inflexión de f . Dibuja la gráfica de la función.
- ¿Es posible encontrar algún valor a tal que $f(x) = x^3 + ax^2 + 5$ sea creciente en todo su dominio? Justifica tu respuesta.

2.B. Considera la función $f(x) = x^2 + |x|$.

- Calcula los puntos en que la gráfica de f corta a los ejes.
- Calcula los extremos relativos (máximos y mínimos), así como los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
- Dibuja la gráfica de f .

d) Calcula $\int_1^2 f(x) dx$

BLOQUE 3

3.A. Considera la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-5} = \frac{z+3}{4}$ y el plano $\Pi: 2x + 4y + 4z = 5$

- Justifica por qué la recta r y el plano Π son paralelos.
- Calcula la distancia entre el plano Π y la recta r .
- Calcula la ecuación implícita del plano Π' que es perpendicular a Π y contiene a r .

3.B. Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} x + 2y = 7 \\ y + 2z = 4 \end{cases}$ y el punto $P = (1, 2, 3)$.

- Calcula la ecuación paramétrica del plano Π que es perpendicular a la recta r y contiene al punto P .

b) Considera la recta $s \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \alpha \\ z = 3 + 2\alpha \end{cases}$. ¿Cuál es la posición relativa entre la recta s y el plano Π ?

- Calcula cuáles son las coordenadas del punto Q de la recta s que está más próximo a la recta r . Justifica tu respuesta.