



## MATEMÁTICAS II

### INDICACIONES AL ALUMNO

1. El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Todas las preguntas se puntúan igual.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

### BLOQUE 1

- 1.A. a) Dibuja la gráfica de  $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$ , calculando previamente el dominio, los extremos y las asíntotas.
- b) Halla el área delimitada por  $g(x) = x + 2$  y  $h(x) = 4 - x^2$ .
- c) Da otra expresión  $p(x)$  tal que el área comprendida entre la gráfica de  $y = p(x)$  y el eje X, entre los valores  $x = -1$  y  $x = 1$ , coincida con el área que has calculado en el apartado anterior. Justifica tu respuesta.
- 1.B. a) Considera la función  $f(x) = xg(x)$ . Sabiendo que:
- la función  $g(x)$  es continua, derivable y tiene un máximo en  $x = 1$ ,
  - $f(1) = g(1) = 4$ .
- ¿Tiene la función  $f$  un máximo en  $x = 1$ ? Justifica tu respuesta.
- b) Si, además, sabemos que  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , calcula valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que  $f$  tenga un mínimo en  $x = 0$ .
- c) Para dichos valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  realiza un esquema gráfico de la función  $y=f(x)$ .

### BLOQUE 2

- 2.A. Responde si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas y justifica tu respuesta.
- a) Si  $A$  y  $B$  son dos matrices cuadradas cualesquiera, se cumple que  $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$ .
  - b) Si  $A$  es una matriz cuadrada que cumple  $A^2 = (0)$ , entonces tiene que ser  $A = (0)$ .
  - c) Si  $A$  es una matriz cuadrada cualquiera, se cumple que  $(A+I)(A-I) = A^2 - I$ .

Nota:  $(0)$  representa la matriz nula de la misma dimensión que  $A$ . Análogamente  $I$  representa la matriz identidad.

- 2.B. a) Calcula el carácter del sistema de ecuaciones lineales siguiente en función del parámetro  $m$ .

$$S \equiv \begin{cases} mx + 2y = m \\ 3x - y = m \\ x - y + z = 4 \end{cases}$$

- b) Resuélvelo para el valor  $m = 0$ .
- c) Sustituye la tercera ecuación de  $S$  por otra ecuación de forma que el sistema resultante sea compatible indeterminado para cualquier valor de  $m$ .

### BLOQUE 3

- 3.A. a) Calcula las ecuaciones implícitas de la recta  $r_1$  que pasa por los puntos  $A = (1,2,3)$  y  $B = (2,2,3)$ .  
b) Calcula la ecuación general del plano  $\Pi$  que pasa por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C = (2,2,4)$ .  
c) ¿Cuántos planos distintos pueden formarse con los puntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D = (1,2,4)$ ? Justifica tu respuesta.  
d) Prueba que los puntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  anteriores forman un cuadrado y calcula su área.

- 3.B. a) Calcula el ángulo formado por las rectas  $r_1$  y  $r_2$  siguientes:

$$r_1 : \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{2}$$

$$r_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{2}$$

- b) Calcula una recta  $r_3$  perpendicular común a las rectas  $r_1$  y  $r_2$  y exprésala en forma paramétrica.  
c) ¿Cuál es la ecuación general del plano  $\Pi$  que contiene a  $r_1$  y  $r_2$ ?  
d) Calcula la ecuación general de un plano  $\Pi'$  que esté a distancia  $\sqrt{17}$  del plano  $\Pi$ .