



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Todas las preguntas se puntúan igual.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

BLOQUE 1

- 1.A. a) Dibuja la gráfica de $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$, calculando previamente el dominio, los extremos y las asíntotas.
- b) Halla el área delimitada por $g(x) = x + 2$ y $h(x) = 4 - x^2$.
- c) Da otra expresión $p(x)$ tal que el área comprendida entre la gráfica de $y = p(x)$ y el eje X, entre los valores $x = -1$ y $x = 1$, coincida con el área que has calculado en el apartado anterior. Justifica tu respuesta.
- 1.B. a) Considera la función $f(x) = xg(x)$. Sabiendo que:
- la función $g(x)$ es continua, derivable y tiene un máximo en $x = 1$,
 - $f(1) = g(1) = 4$.
- ¿Tiene la función f un máximo en $x = 1$? Justifica tu respuesta.
- b) Si, además, sabemos que $g(x) = ax^2 + bx + c$, calcula valores de a , b y c para que f tenga un mínimo en $x = 0$.
- c) Para dichos valores de a , b y c realiza un esquema gráfico de la función $y=f(x)$.

BLOQUE 2

- 2.A. Responde si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas y justifica tu respuesta.
- a) Si A y B son dos matrices cuadradas cualesquiera, se cumple que $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$.
 - b) Si A es una matriz cuadrada que cumple $A^2 = (0)$, entonces tiene que ser $A = (0)$.
 - c) Si A es una matriz cuadrada cualquiera, se cumple que $(A+I)(A-I) = A^2 - I$.
- Nota: (0) representa la matriz nula de la misma dimensión que A . Análogamente I representa la matriz identidad.

- 2.B. a) Calcula el carácter del sistema de ecuaciones lineales siguiente en función del parámetro m .

$$S \equiv \begin{cases} mx + 2y = m \\ 3x - y = m \\ x - y + z = 4 \end{cases}$$

- b) Resuélvelo para el valor $m = 0$.
- c) Sustituye la tercera ecuación de S por otra ecuación de forma que el sistema resultante sea compatible indeterminado para cualquier valor de m .

BLOQUE 3

- 3.A. a) Calcula las ecuaciones implícitas de la recta r_1 que pasa por los puntos $A = (1,2,3)$ y $B = (2,2,3)$.
b) Calcula la ecuación general del plano Π que pasa por los puntos A , B y $C = (2,2,4)$.
c) ¿Cuántos planos distintos pueden formarse con los puntos A , B , C y $D = (1,2,4)$? Justifica tu respuesta.
d) Prueba que los puntos A , B , C y D anteriores forman un cuadrado y calcula su área.

- 3.B. a) Calcula el ángulo formado por las rectas r_1 y r_2 siguientes:

$$r_1 : \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{2}$$

$$r_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{2}$$

- b) Calcula una recta r_3 perpendicular común a las rectas r_1 y r_2 y exprésala en forma paramétrica.
c) ¿Cuál es la ecuación general del plano Π que contiene a r_1 y r_2 ?
d) Calcula la ecuación general de un plano Π' que esté a distancia $\sqrt{17}$ del plano Π .