UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOGSE - JUNIO 2007

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El examen consta de tres bloques de ejercicios y cada bloque tiene dos opciones. De cada bloque debe escogerse una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

BLOQUE 1

1.A. Un cajero automático contiene 1.330 euros repartidos en billetes de tres tipos distintos: 10, 20 y m euros. En el cajero hay en total 97 billetes y el número de billetes de 10 euros es el doble del número de billetes de 20 euros.

a) [1,25] Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita averiguar cuántos billetes hay de cada tipo.

b) [1] Prueba que para $m \in \{5, 50, 100, 200, 500\}$ el sistema es compatible determinado.

c) [1] Razona si en el cajero puede haber billetes de 100 euros.

1.B. Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} m & -1 & 4 \\ 3 & m & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ donde } m \in \mathbf{R}.$$

a) [1] Determina para qué valores de m la matriz A es regular (inversible).

b) [1,25] Para $m = 1$ resuelve el sistema de ecuaciones lineales: $AX = B$, con $B = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

c) [1] Calcula $C - A^{-1}B$, siendo $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ y B definida en el apartado anterior.

Indicación: no se necesita calcular A^{-1}.

BLOQUE 2

2.A. Considera la función f : **R** $\longrightarrow$ **R** definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{si } x \leq 0, \\ bx + x^2 & \text{si } x > 0, \end{cases} \qquad \text{con } b \in \mathbf{R}.$$

a) [1] Calcula el valor de b para que f sea derivable en $x = 0$.

b) [1,5] Para $b = -2$ y el intervalo $[-2\pi, 3]$, determina los puntos de corte con los ejes, los extremos relativos (máximos y mínimos), la curvatura y dibuja la gráfica de la función f.

c) [1] Calcula el área comprendida entre la curva $y = \sin(x)$ y la recta $y = 0$ en el intervalo $[-2\pi, 0]$.

2.B. [3,5] Queremos hacer un envase con tapa y forma de prisma regular con base cuadrada y cuya capacidad sea 10.000 cm^3. Sabiendo que cada cm^2 del material de la base sale un 50% más caro que cada cm^2 del material empleado para el resto del prisma, halla las dimensiones del envase para que su precio sea el menor posible.

BLOQUE 3

3.A. Considera la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{-4} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{1}$ y el plano $\pi \equiv 3x + 4y - 6 = 0$.

a) [1] Comprueba que r y π son paralelos.

b) [1] Calcula la distancia entre r y π.

c) [1,25] Determina dos rectas distintas que estén contenidas en π y sean paralelas a r.

3.B. Considera los puntos $A = (1,1,1)$, $B = (2,0,-1)$, $C = (5,2,1)$ y $D = (4,3,3)$.

a) [1] Justifica que los puntos son los vértices consecutivos de un paralelogramo.

b) [1] Razona si dicho paralelogramo es un rectángulo.

c) [1,25] Determina una ecuación general del plano que contiene los cuatro puntos.