UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOGSE –SEPTIEMBRE 2008

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. El examen consta de tres bloques de ejercicios y cada bloque tiene dos opciones. De cada bloque debe escogerse una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

BLOQUE 1

1.A. Razona si son derivables en el cero cada una de las siguientes funciones de variable real:

a) [0,75 PUNTOS] $f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x<0 \\ 2 & \text{si } x=0 \\ x+3 & \text{si } x>0 \end{cases}$.

b) [1 PUNTO] $g(x)=\sqrt{x^3+x^2}$.

Justifica si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres que la afirmación es falsa pon un ejemplo ilustrativo.

c) [1 PUNTO] Para cualquier función polinómica de segundo grado existe un punto tal que la recta tangente a la función en ese punto es una recta paralela al eje de abcisas.

d) [0,75 PUNTOS] Si $h:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$ y $g:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$ verifican que $h'(x)=g'(x)$, entonces $h(x)=g(x)$.

1.B. Considera las funciones $f,g:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$ definidas por: $f(x)=x+3$ y $g(x)=x^3+3x^2$.

a) [0,5 PUNTOS] Dibuja la gráfica de la función f.

b) [1,5 PUNTOS] Dibuja la gráfica de la función g en el intervalo $[-3,\ 1]$, determinando previamente sus puntos de corte con los ejes y con la función f, sus extremos relativos (máximos y mínimos) y su curvatura.

c) [1,5 PUNTOS] Calcula el área de los recintos limitados entre las gráficas de las dos funciones en el intervalo $[-3,\ 1]$.

BLOQUE 2

2.A. Considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m^2 \\ 1 & -1 & m^2 - m \end{pmatrix}, \text{ donde } m \in \mathbf{R}.$$

a) [1 PUNTO] Determina para qué valores de m la matriz A es singular (no inversible).

b) [1,25 PUNTOS] Calcula A^{-1} cuando A sea regular (inversible).

c) [1 PUNTO] Calcula la matriz B que cumple: $3AB - A = I$ para $m = 2$.

2.B. Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ my + z = 0 \\ x + (m+1)y + mz = m + 1 \end{cases}, \text{ donde } m \in \mathbf{R}.$$

a) [1 PUNTO] Determina el carácter del sistema según los valores de m.

b) [1,25 PUNTOS] Resuelve el sistema cuando sea compatible determinado.

c) [1 PUNTO] Modifica solamente un coeficiente de la última ecuación para que el sistema resultante sea compatible para cualquier valor de m.

BLOQUE 3

3.A. Considera los planos siguientes: $\pi_1 \equiv x - y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x + y - z - 2 = 0$.

a) [1 PUNTO] Determina la posición relativa de los planos dados.

b) [1,25 PUNTOS] Halla una ecuación de la recta que pasa por el punto $A = (1,2,3)$ y no corta a los planos π_1 y π_2.

c) [1 PUNTO] Calcula un punto de la recta $s \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = z \end{cases}$ que equidiste de $A = (1,2,3)$ y $B = (1,1,2)$.

3.B. Considera los puntos $A = (\alpha, 2, \alpha)$ $B = (2, -\alpha, 0)$ y $C = (\alpha, 0, \alpha + 2)$ con $\alpha \in \mathbf{R}$.

a) [1 PUNTO] Estudia si los tres puntos están alineados para algún valor de α.

b) [1 PUNTO] Calcula para qué valores de α los puntos A, B y C son los vértices de un triángulo isósceles y si, en algún caso, el triángulo es equilátero.

c) [1,25 PUNTOS] Para el valor $\alpha = 0$ determina una ecuación general del plano que contiene a B, A y C. Calcula los puntos de la forma (β, β, β), con $\beta \in \mathbf{R}$, cuya distancia al plano obtenido es $2\sqrt{3}/3$.