UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOGSE – JUNIO 2009

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES

1. El examen consta de tres bloques de ejercicios y cada bloque tiene dos opciones. De cada bloque debe escogerse una sola de las opciones (A o B).
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

BLOQUE 1

1.A. Justifica si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres que la afirmación es falsa pon un ejemplo ilustrativo.

a) [1 PUNTO] Si A y B son dos matrices cuadradas cualesquiera, entonces $AB = BA$.

b) [1 PUNTO] Si B es una matriz cuadrada, entonces $(I+B)^2 = I + 2B + B^2$ (siendo I la matriz identidad del mismo orden que B).

c) [1,25 PUNTOS] La suma de matrices regulares (inversibles) es una matriz regular (inversible).

1.B. De un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas se sabe que tiene un parámetro $m \in \mathbf{R}$ tal que:

- Si se multiplica por la primera incógnita se obtiene el resultado de restar al número 1 la suma de las otras dos incógnitas.
- Si se multiplica por la segunda incógnita se obtiene el resultado de restar al parámetro m la suma de las otras dos incógnitas.
- Si se multiplica por la tercera incógnita se tiene el resultado de restar al cuadrado de m la suma de las otras dos incógnitas.

a) [1 PUNTO] Formula el sistema de ecuaciones lineales descrito.

b) [1 PUNTO] Determina para qué valores de m el sistema es compatible determinado.

c) [1,25 PUNTOS] Determina para qué valores de m el sistema es compatible indeterminado y calcula todas sus soluciones.

BLOQUE 2

2.A. Considera la función $f:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases} x+2 & \text{si} \quad x<-1, \\ -1/x & \text{si} \quad -1\le x<0, \\ x^2 & \text{si} \quad x\ge 0. \end{cases}$

a) [1 PUNTO] Determina si la función es continua en los puntos $x=-1$ y $x=0$.

b) [1 PUNTO] En el intervalo $(-1\ ,\ 0)$ estudia si f crece o decrece, su curvatura y si tiene asíntotas.

c) [1,5 PUNTOS] Razona si la función es derivable en $x=-1$ y dibuja su gráfica para $x\in[-2\ ,\ 0]$.

2.B.

a) [1,25 PUNTOS] Considera la función $g(x)=x^3+p\,x^2+q$. Determina las constantes p y q sabiendo que, en $x=2$, g alcanza su valor mínimo: 3.

b) [1 PUNTO] Halla una función $F:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$ que sea una primitiva de $f(x)=x$ y que su gráfica pase por el punto $(1\ ,\ 2)$.

c) [1,25 PUNTOS] Justifica si es verdadera o falsa la afirmación siguiente:
"Una función polinómica de segundo grado no tiene puntos de inflexión".
Si la consideras falsa pon un ejemplo ilustrativo.

BLOQUE 3

3.A.

a) [1,25 PUNTOS] Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores tales que: $(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})=17$ y $|\vec{u}|=9$. Calcula el módulo del vector $\vec{v}$.

b) Considera los vectores: $\vec{a}=(2,-1,4)$ y $\vec{b}=(0,3,m)$ con $m\in\mathbf{R}$.

1) [1 PUNTO] Halla el valor de m para que $\vec{a}$ y $\vec{b}$ sean ortogonales.

2) [1 PUNTO] Para $m=0$ calcula el área del paralelogramo que tiene por lados los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

3.B. Considera el plano: $\pi_1\equiv x-2y+2z+1=0$, la recta: $s\equiv\begin{cases} x-y=0 \\ z+1=0 \end{cases}$ y el punto: $A=(1,0,-1)$.

a) [1,25 PUNTOS] Halla una ecuación general del plano que pasa por el punto A, es perpendicular a π_1 y además es paralelo a la recta s.

b) [2 PUNTOS] Se desea construir un cuadrado que tenga un vértice en el punto A y un lado sobre la recta s. Determina la longitud de un lado del cuadrado y las coordenadas del vértice que está en la recta s y es consecutivo al vértice A.