UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2010

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x+y+z = 1 \\ mx+y+(m-1)z = 2 \\ x+my+z = m \end{cases}, \quad m \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

a) [1 PUNTO] Determina una función verificando las siguientes condiciones:

$$h(0)=0, \quad h'(0)=9 \ \text{ y } \ h''(x)=-6x \ \text{ para todo } x \in \mathbf{R}.$$

b) Razona si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En el caso de que consideres que la afirmación es falsa pon un ejemplo ilustrativo.

I. [1,25 PUNTOS] Si una función, $f:\mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$, es continua y creciente, entonces es derivable en todo $\mathbf{R}$.

II. [1,25 PUNTOS] La recta $y=mx+2$ es tangente a la función $g(x)=2mx^2-x+4$ en $x=1$ para cualquier valor del parámetro m.

3. Considera la recta: $s \equiv \begin{cases} x = 5+t \\ y = t \\ z = -2-2t \end{cases} \quad (t \in \mathbf{R}).$

a) [1,5 PUNTOS] Halla un punto A de la recta s que equidiste de los puntos: $B=(1,0,1)$ y $C=(2,4,-2)$.

b) [1,75 PUNTOS] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos: $B=(1,0,1)$, $C=(2,4,-2)$ y $D=(11,0,0)$.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & m & 3 \\ m & \frac{1}{3} & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \text{ donde } m \in \mathbb{R}.$$

a) [1,25 PUNTOS] Indica para qué valores del parámetro m la matriz es regular (inversible).

b) [1 PUNTO] Para $m > 3$ razona si $B = \begin{pmatrix} 0 & m & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & -1 & -1 \end{pmatrix}$ es la matriz inversa de A.

c) [1 PUNTO] Para $m = 0$ determina las matrices diagonales, D, que cumplen: $AD = DA$.

2. Considera la función $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ definida por: $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

a) [1 PUNTO] Determina si la función es derivable en $x = 0$.

b) [1,25 PUNTOS] Estudia el crecimiento y decrecimiento de f y dibuja su gráfica.

c) [1,25 PUNTOS] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f, el eje de abcisas ($y = 0$) y las rectas verticales: $x = -3$ y $x = 2$.

3. Considera los puntos: $A = (0,1,-2)$, $B = (1,2,0)$, $C = (0,0,1)$ y $D = (1,0,m)$, donde $m \in \mathbb{R}$.

a) [1,25 PUNTOS] Determina el valor del parámetro m para que los cuatro puntos sean coplanarios.

b) [2 PUNTOS] Calcula el punto del plano $\pi \equiv x + y - z - 2 = 0$ más próximo al punto C.