



## MATEMÁTICAS II

## INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + 2z & = 0 \\ x + ay + 3z & = 1 \\ x + y + (2-a)z & = a \end{cases}, \quad a \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro  $a$  y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2. Considera la función  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ .

- a)** [1,75 PUNTOS] Encuentra los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  de forma que la gráfica de la función  $f$  pase por el punto  $(0,1)$  y las rectas tangentes a la gráfica de  $f$  en los puntos de abscisa  $x=0$  y  $x=1$  sean ambas paralelas a la recta  $y=3x+5$ .
- b)** [1,75 PUNTOS] Para  $a > 0$ ,  $b=0$  y  $c=0$ , determina la función  $f$  tal que el área de la región limitada por su gráfica, el eje  $OX$  (recta  $y=0$ ) y las rectas  $x=0$  y  $x=1$  sea igual a 3 unidades de superficie.

3. Considera el punto  $P = (1,0,4)$  y el plano  $\pi \equiv 2x - y + 3z = 0$ .

- a)** [0,75 PUNTOS] Calcula la ecuación de la recta  $r$  perpendicular al plano  $\pi$  y que pasa por el punto  $P$ .
- b)** [1,5 PUNTOS] Determina el punto  $Q$  simétrico del punto  $P$  respecto del plano  $\pi$ .
- c)** [1 PUNTO] Calcula la distancia del punto  $Q$  al plano  $\pi$ .

## OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \text{donde } a, b \in \mathbf{R}.$$

**a)** [0,5 PUNTOS] Determina para qué valores de  $a$  y  $b$  la matriz  $A$  es regular (invertible).

**b)** [1,25 PUNTOS] Determina para qué valores de  $a$  y  $b$  se cumple  $A = A^{-1}$ .

**c)** [1,5 PUNTOS] Para  $a = 2$  y  $b = 2$ , determina las matrices  $C$  que verifican  $AC = BC$ .

2.

**a)** [2,25 PUNTOS] De entre todos los números reales positivos  $x, y$  que suman 15, encuentra aquellos para los que el producto  $x^2y$  es máximo.

**b)** [1,25 PUNTOS] Determina si la función  $f(x) = |x| - x$  es derivable en  $x = 0$ .

3. Sean  $A, B$  y  $C$  los puntos de intersección del plano  $\pi$  de ecuación  $2x + y - 4z - 4 = 0$  con los tres ejes coordenados  $OX, OY$  y  $OZ$  respectivamente. Calcula:

**a)** [1,25 PUNTOS] El área del triángulo  $ABC$ .

**b)** [1 PUNTO] El perímetro del triángulo  $ABC$ .

**c)** [1 PUNTO] Las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados del triángulo  $ABC$ .