



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

LOE – JUNIO 2014

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$.

- a) [1 PUNTO] Calcula la matriz $B = A^2 - 2A$.
- b) [1 PUNTO] Determina para qué valores de a la matriz B tiene inversa.
- c) [1,25 PUNTOS] Para $a = 1$, calcula si es posible A^{-1} y B^{-1} .

2. Considera la función $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) & \text{si } x \in [-2\pi, 0) \\ x^2 - 2x & \text{si } x \in [0, 3] \end{cases}$

- a) [1 PUNTO] Estudia si la función f es derivable en $x = 0$.
- b) [1,5 PUNTOS] Calcula los puntos de corte con los ejes. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f . Dibuja su gráfica.
- c) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y = 0$) y las rectas verticales $x = 0$ y $x = 3$.

3. Considera el plano π y la recta r dados por

$$\pi: ax + 2y - 4z - 23 = 0, \quad r \equiv \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-4} = z + 3$$

- a) [1 PUNTO] Halla el valor de a para el cuál la recta r está contenida en el plano π .
- b) [1 PUNTO] ¿Existe algún valor de a para el que la recta r es perpendicular al plano π ?
- c) [1,25 PUNTOS] Para $a = 1$, calcula la ecuación general del plano π_1 que es perpendicular al plano π y que contiene a la recta r .

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. [3,25 PUNTOS] Considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} ax + y + az = -2 \\ ay + z = 0 \\ x + ay + z = -2 \end{cases}, \quad a \in \mathbf{R}.$$

Estúdialo para los distintos valores del parámetro a y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2.

a) [2 PUNTOS] Halla tres números no negativos que sumen 14, tales que uno sea el doble de otro y que la suma de los cuadrados de los tres sea mínima.

b) [1,5 PUNTOS] Considera la función $f: \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ definida por $f(x) = \frac{x}{e^x}$. Justifica si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas.

b-1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

b-2) La función f tiene un máximo relativo en $x = 1$.

3. Considera la recta $r \equiv \begin{cases} 3x - 2y - 11 = 0 \\ 2x - y - z - 5 = 0 \end{cases}$ y los puntos $A = (0,1,1)$ y $B = (1,2,1)$.

a) [1,5 PUNTOS] Halla un punto P de la recta r que equidiste de los puntos A y B .

b) [1 PUNTO] Calcula la ecuación general del plano π que contiene a la recta r y al punto A .

c) [0,75 PUNTOS] Determina la distancia del punto B al plano π .