

MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

Sean x, y, z números reales. Consideremos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} z & 2 & x \\ 1 & -y & -z \\ x+z & -y & z \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- 1) [2 PUNTOS] Escriba un sistema de ecuaciones en las incógnitas x, y, z que resuelvan el problema matricial $AB = C$ y calcule todas sus soluciones.
- 2) [1,25 PUNTOS] Si $x = 0, y = 0$, calcule para qué valores de z la matriz A tiene rango 2.

Ejercicio 2

Sea $f(x) = \frac{x-1}{x^2-7x+10}$.

- 1) [2,5 PUNTOS] Calcule todas las primitivas de $f(x)$.
- 2) [1 PUNTO] Calcule el área encerrada por la gráfica de $f(x)$ y las rectas $y = 0, x = 3$ y $x = 4$.

Ejercicio 3

Tomemos la recta $r : \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - z = 0 \end{cases}$ y el plano $\Pi : 3x - y = 2$.

- 1) [1 PUNTO] Demuestre que r y Π son paralelos.
- 2) [1 PUNTO] Calcule una recta paralela a r contenida en Π .
- 3) [1 PUNTO] Calcule la distancia de r a Π .
- 4) [0,25 PUNTOS] ¿Cuál es el vector director de la recta $s : \frac{x-2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{2}$?

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1

Considere el sistema siguiente dependiente del parámetro $b \in \mathbb{R}$

$$\begin{pmatrix} 2 & b & 0 \\ -1 & 0 & b \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- 1) [2 PUNTOS] Clasifique el tipo de sistema según el parámetro b .
- 2) [1,25 PUNTOS] Calcule todas las soluciones del sistema en el caso $b = -2$.

Ejercicio 2

Se quiere construir un cilindro de volumen $250 \cdot \pi$ metros cúbicos y área mínima.

- 1) [0,5 PUNTOS] Exprese la altura h del cilindro en función del radio r de la base.
- 2) [0,5 PUNTOS] Calcule la función $a(r)$ que expresa el área del cilindro en función del radio de la base.
- 3) [2,5 PUNTOS] Calcule el valor del radio y la altura que hacen el área mínima.

Datos: Volumen del cilindro: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$, área del cilindro: $A = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$

Ejercicio 3

Sean r y s las rectas

$$r : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$s : \frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}.$$

- 1) [1,25 PUNTOS] Calcule la posición relativa de r y s .
- 2) [1,5 PUNTOS] Calcule la distancia entre r y s .
- 3) [0,5 PUNTOS] Calcule el plano perpendicular a s que pasa por $(0, 1, 0)$.