

**PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)**

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**JUNIO - 2006**

**MATEMÁTICAS II**

**Tiempo máximo: 1 hora y 30 minutos**

- 1.-El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
- 2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
- 3.- Todas las preguntas se puntúan igual.
- 4.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

**BLOQUE 1**

1-A) Se considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 1} & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3. \\ 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ .

- a) Calcula los valores de a y b para que f sea continua.
- b) Para esos valores de a y b, calcula la derivada de f donde exista. Justifica los casos en los que f no sea derivable.
- c) En el intervalo  $(-\infty, 0)$  estudia la existencia de puntos de corte con los ejes, si la función crece o decrece, la existencia de puntos de inflexión y si tiene asíntotas. Dibuja la gráfica de la función en todo  $\mathbb{R}$ .

-----

a)

La función dada es continua en todo  $\mathbb{R}$ , excepto para los valores de  $x = 0$  y  $x = 3$ , que debemos comprobar, lo que nos va a permitir calcular los valores de a y b.

Para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 0$  tiene que cumplirse que los límites por la izquierda y por la derecha sean iguales, e igual al valor de la función en ese punto:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2 + 1} = \underline{1} \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (ax + b) = \underline{b} = f(0) \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{b = 1}}$$

Para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 3$  tiene que cumplirse que los límites por la izquierda y por la derecha sean iguales, e igual al valor de la función en ese punto y, teniendo en cuenta que  $b = 1$ , sería:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (ax + 1) = \underline{3a + 1} = f(3) \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} 5 = \underline{5} \end{array} \right\} \Rightarrow 3a + 1 = 5 \quad ; \quad \underline{\underline{a = \frac{4}{3}}}$$

b)

$$\text{Para } a = \frac{4}{3} \text{ y } b = 1, \text{ la función resulta ser } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 1} & \text{si } x < 0 \\ \frac{4}{3}x + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ 5 & \text{si } x > 3 \end{cases} .$$

Para que una función sea derivable en un punto es condición necesaria que la función sea continua en ese punto (comprobada en el apartado anterior) y que las derivadas por la izquierda y por la derecha sean iguales.

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{2x}{(x^2 + 1)^2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{4}{3} & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{si } x > 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} f'(0^-) = 0 \\ f'(0^+) = \frac{4}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{f'(0^-) \neq f'(0^+)} \\ \left\{ \begin{array}{l} f'(3^-) = \frac{4}{3} \\ f'(3^+) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{f'(3^-) \neq f'(3^+)} \end{cases}$$

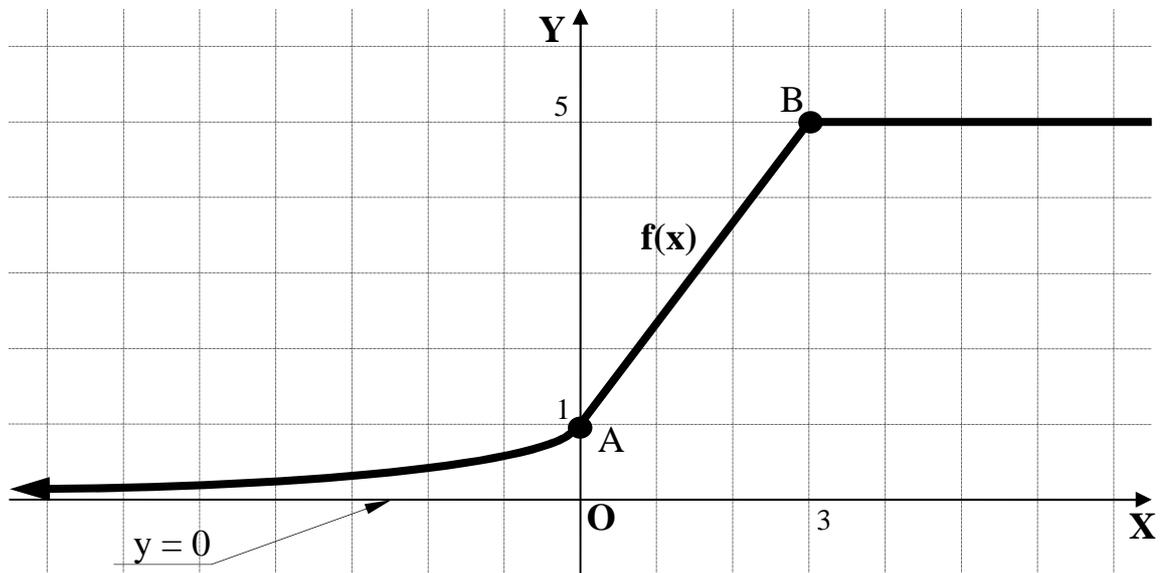
$f(x)$  es derivable en  $R - \{0, 3\}$

c)

En el intervalo  $(-\infty, 0)$  la función es de la forma  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ , que está acotada superior e inferiormente, pudiendo ser cotas respectivas 1 y 0, que son los límites respectivos de la función cuando  $x \rightarrow 0$  y  $x \rightarrow -\infty$ .

Por ser su derivada  $f'(x) = -\frac{2x}{(x^2 + 1)^2} > 0, \forall x \in (-\infty, 0)$ , la función es monótona creciente en el intervalo y tiene como asíntota horizontal la recta  $y = 0$ .

La representación gráfica de la función es la expresada en la siguiente figura.

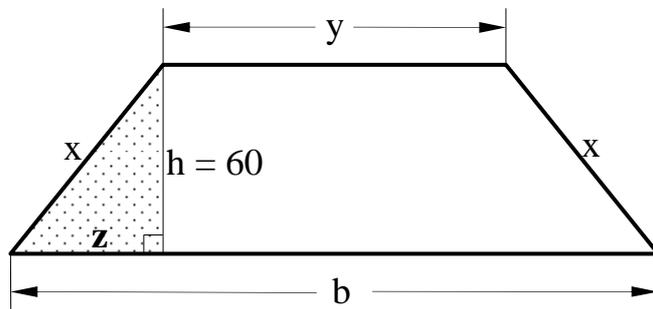


El único punto de corte con los ejes de la función es  $A(0, 1)$ .

De la observación de la figura se deduce que en el intervalo  $(-\infty, 0)$  no tiene puntos de inflexión; en todo caso, si el intervalo fuera semiabierto,  $(-\infty, 0]$ , el posible punto de inflexión estaría en el punto  $A(0, 1)$ , pero no lo es por no ser derivable la función para  $x = 0$ , como se demuestra en el apartado anterior.

\*\*\*\*\*

1-B) Se desea diseñar una tabla con forma de trapecio isósceles, que sea de área máxima, que tenga una altura de 60 cm y que la longitud del perímetro menos la longitud de la base mida 280 cm. Determinar las longitudes de todos los lados del trapecio.



$$2x + y = 280 \Rightarrow y = 280 - 2x$$

$$z^2 = x^2 - 60^2 \quad ; ; \quad z = \sqrt{x^2 - 3600}$$

$$b = y + 2z = 280 - 2x + 2\sqrt{x^2 - 3600} = b$$

$$S = \frac{b + y}{2} \cdot h = \frac{(280 - 2x + 2\sqrt{x^2 - 3600}) + (280 - 2x)}{2} \cdot 60 = \frac{560 - 4x + 2\sqrt{x^2 - 3600}}{2} \cdot 60 =$$

$$= \underline{(280 - 2x + \sqrt{x^2 - 3600}) \cdot 60 = S}$$

$$S' = 60 \cdot \left( -2 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2 - 3600}} \right) = 60 \cdot \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3600}} - 2 \right) = 0 \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3600}} = 2 = 0 \quad ; ;$$

$$\Rightarrow x = 2\sqrt{x^2 - 3600} \quad ; ; \quad x^2 = 4(x^2 - 3600) = 4x^2 - 14400 \quad ; ; \quad 3x^2 = 14400 \quad ; ; \quad x^2 = 4800 \quad ; ;$$

$$x = \sqrt{4800} = \sqrt{3 \cdot 16 \cdot 100} = 40\sqrt{3} \cong \underline{\underline{69'28 \text{ cm} = x}}$$

$$y = 280 - 2 \cdot 40\sqrt{3} = 280 - 80\sqrt{3} \cong \underline{\underline{141'44 \text{ cm} = y}}$$

$$z = \sqrt{x^2 - 3600} = \sqrt{4800 - 3600} = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3} \cong \underline{\underline{34'64 \text{ cm} = z}}$$

$$b = y + 2z = 280 - 80\sqrt{3} + 40\sqrt{3} = 280 - 40\sqrt{3} \cong \underline{\underline{210'72 \text{ cm} = b}}$$

\*\*\*\*\*

## BLOQUE 2

2-A) a) Determina la ecuación de un plano  $\alpha$  que pasa por el punto  $A(-1, -1, 1)$  y siendo  $\vec{v} = (1, -2, 1)$  un vector normal al mismo.

b) Determina unas ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  que se obtiene al cortarse el plano del apartado anterior con el plano  $\beta \equiv z - 1 = 0$ .

c) Determina unas ecuaciones paramétricas de la recta  $s$  que pasa por  $B(1, 1, 2)$  y  $C(1, -1, 2)$ .

d) Encontrar la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$  de los apartados anteriores.

e) Hallar un punto  $D$  de la recta  $r$  que esté a la misma distancia de los puntos  $B$  y  $C$ .

-----

a)

Por ser  $\vec{v} = (1, -2, 1)$  un vector normal al plano  $\alpha$ , su ecuación es de la siguiente forma:  $\alpha \equiv x - 2y + z + D = 0$ .

Para determinar el valor de  $D$  se tiene en cuenta que pasa por el punto  $A(-1, -1, 1)$  por lo cual tiene que satisfacer su ecuación:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \equiv x - 2y + z + D = 0 \\ A(-1, -1, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow -1 + 2 + 1 + D = 0 \ ; \ ; \ D = -2 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \equiv x - 2y + z - 2 = 0}}$$

b)

La ecuación de  $r$  dada por unas ecuaciones implícitas es  $r \equiv \begin{cases} x - 2y + z - 2 = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$ .

Teniendo en cuenta que  $z = 1$  y parametrizando  $y = \lambda$  es  $x = 1 + 2\lambda$ , de lo que se deduce las ecuaciones paramétricas de la recta, que son:  $r \equiv \underline{\underline{\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases}}}$ .

c)

Un vector director de  $s$  es  $\vec{v} = \overrightarrow{BC} = C - B = (1, -1, 2) - (1, 1, 2) = (0, -2, 0)$  y una ecuación vectorial de  $s$  es, por ejemplo,  $s \equiv (x, y, z) = (1, 1, 2) + \lambda(0, -2, 0)$ . De aquí se deduce la siguiente expresión de  $s$  por unas ecuaciones paramétricas:

$$\underline{\underline{s \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = 1 \end{cases}}}$$

d)

El estudio de la posición relativa mediante vectores directores es como sigue.

Los vectores directores de las rectas son  $\vec{v}_r = (2, 1, 0)$  y  $\vec{v}_s = (0, -2, 0)$ , que son linealmente independientes por cumplirse que  $\frac{2}{0} \neq \frac{1}{-2} \neq \frac{0}{0}$ , lo cual significa que las rectas se cortan o se cruzan.

Para diferenciar el caso determinamos un vector  $\vec{w}$  que tenga como origen un punto de la recta r, por ejemplo, P(1, 0, 1) y como extremo un punto de la recta s, por ejemplo, B(1, 1, 2):  $\vec{w} = \vec{PB} = B - P = (1, 1, 2) - (1, 0, 1) = (0, 1, 1)$ .

Si los vectores  $\vec{v}_r$ ,  $\vec{v}_s$  y  $\vec{w}$  son coplanarios, las rectas se cortan; en caso contrario, se cruzan.

Tres vectores son coplanarios cuando el rango de la matriz que determinan es menor que tres.

$$\text{Rango} \{ \vec{v}_r, \vec{v}_s, \vec{w} \} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -4 \neq 0 \Rightarrow \underline{\text{Rango} \{ \vec{v}_r, \vec{v}_s, \vec{w} \} = 3}$$

Las rectas r y s se cruzan.

e)

Siendo la recta  $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases}$ , el punto D es de la forma  $D(1 + 2\lambda, \lambda, 1)$ .

Siendo B(1, 1, 2) y C(1, -1, 2), tiene que cumplirse que:

$$\begin{aligned} \overline{DB} &= \overline{DC} \Rightarrow \sqrt{(1+2\lambda-1)^2 + (\lambda-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{(1+2\lambda-1)^2 + (\lambda+1)^2 + (1-2)^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow (\lambda-1)^2 &= (\lambda+1)^2 \quad ;; \quad \lambda^2 - 2\lambda + 1 = \lambda^2 + 2\lambda + 1 \quad ;; \quad 4\lambda = 0 \quad ;; \quad \lambda = 0 \Rightarrow \underline{\underline{D(1, 0, 1)}} \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

2-B) Considera el triángulo de vértices los puntos A(1, 1, 2), B(1, 0, -1) y C(1, -3, 2).

a) Razona si el triángulo es rectángulo.

b) Calcula la recta r que pasa por B y es perpendicular al lado AC.

c) Calcula la recta s que pasa por los puntos A y C.

d) Si D es el punto de corte de las rectas r y s, calcula el módulo del vector  $\overline{BD}$ .

e) Calcula la longitud del lado AC.

f) Calcula el producto vectorial de los vectores  $\overline{AC}$  y  $\overline{AB}$  y comprueba que su módulo es igual al producto h · b, siendo h el módulo del vector  $\overline{BD}$  y b la longitud del lado AC (calculados en apartados anteriores).

a)

Los vectores que determinan los lados del triángulo son los siguientes:

$$\vec{u} = \overline{AB} = B - A = (1, 0, -1) - (1, 1, 2) = (0, -1, -3)$$

$$\vec{v} = \overline{AC} = C - A = (1, -3, 2) - (1, 1, 2) = (0, -4, 0)$$

$$\vec{w} = \overline{BC} = C - B = (1, -3, 2) - (1, 0, -1) = (0, -3, 3)$$

Dos vectores son perpendiculares cuando su producto escalar es cero:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (0, -1, -3) \cdot (0, -4, 0) = 0 + 4 - 0 = 4 \neq 0$$

$$\vec{u} \cdot \vec{w} = (0, -1, -3) \cdot (0, -3, 3) = 0 + 3 - 9 = -6 \neq 0$$

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = (0, -4, 0) \cdot (0, -3, 3) = 0 + 12 + 0 = 12 \neq 0$$

El triángulo de vértices A, B y C no es rectángulo.

b y c)

El haz de planos perpendiculares al lado AC tienen por ecuación general la siguiente expresión:  $\alpha \equiv y + D = 0$ . De los infinitos planos que forman el haz anterior, el que pasa por el punto B(1, 0, -1) es el siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \equiv y + D = 0 \\ B(1, 0, -1) \end{array} \right\} \Rightarrow 0 + D = 0 \ ; \ ; \ D = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\pi \equiv y = 0}}$$

La recta  $s$  que contiene al lado  $AC$  tiene como vector director  $\vec{u} = (0, 1, 0)$ .

La expresión de la recta  $s$  por unas ecuaciones paramétricas, considerando el punto  $A(1, 1, 2)$ , es  $s \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \lambda \\ z = 2 \end{cases}$ .

La intersección de la recta  $s$  y el plano  $\pi$  es el punto  $P$  siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} s \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \lambda \\ z = 2 \end{cases} \\ \pi \equiv y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{P(1, 0, 2)}}$$

La recta  $r$  pedida es la que pasa por los puntos  $B$  y  $P$ , cuyo vector director es:

$$\vec{w} = \vec{BP} = P - B = (1, 0, 2) - (1, 0, -1) = (0, 0, 3)$$

La recta  $r$  pedida es:  $r(B, \vec{w}) \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 2 + 3\lambda \end{cases}$

d)

$$|\vec{BP}| = |\vec{w}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 3^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ unidades} = \underline{\underline{|\vec{BP}|}}$$

e)

$$|\vec{AC}| = |\vec{v}| = \sqrt{0^2 + (-4)^2 + 0^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ unidades} = \underline{\underline{|\vec{AC}|}}$$

f)

$$|\vec{AB} \wedge \vec{AC}| = |\vec{u} \wedge \vec{v}| = \left\| \begin{array}{ccc} i & j & k \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & -4 & 0 \end{array} \right\| = |12i| = 12 \text{ unidades} = \underline{\underline{|\vec{AB} \wedge \vec{AC}|}}$$

$$h \cdot b = |\vec{BP}| \cdot |\vec{AC}| = 3 \cdot 4 = \underline{\underline{12 \text{ unidades} = h \cdot b}}$$

$$\underline{\underline{\text{En efecto: } |\vec{AB} \wedge \vec{AC}| = h \cdot b, \quad \text{c.q.c.}}}$$

\*\*\*\*\*

### BLOQUE 3

3-A) Considera la matriz  $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}$ , donde  $m \in R$ .

a) Prueba que M es una matriz regular (que tiene inversa).

b) Para  $m = -1$  considera el sistema de ecuaciones lineales:  $(M - s \cdot I) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , don-

de  $s \in R$  e I es la matriz unidad (identidad) de orden tres. Resuélvelo según los valores del parámetro s.

-----

a)

La condición suficiente para que una matriz tenga inversa o sea regular es que su determinante sea distinto de cero.

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m \end{vmatrix} = -m - 1 + m = -1 \Rightarrow \underline{\underline{|M| \neq 0, \forall m \in R}} \quad \underline{\underline{c.q.p.}}$$

b)

$$\text{Para } m = -1 \text{ la matriz es } M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$M - s \cdot I = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-s & -1 & -1 \\ 1 & -1-s & 0 \\ 1 & 0 & -1-s \end{pmatrix}.$$

$$\text{El sistema resulta: } \begin{pmatrix} 1-s & -1 & -1 \\ 1 & -1-s & 0 \\ 1 & 0 & -1-s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} (1-s)x - y - z = 0 \\ x - (1+s)y = 0 \\ x - (1+s)z = 0 \end{cases}$$

Para resolver el sistema homogéneo parametrizamos  $z = \lambda$  y despreciamos la primera de las ecuaciones, resultando  $x = (1+s)\lambda$  e  $y = \lambda$ .

$$\text{La solución del sistema, en función del parámetro s, es : } \underline{\underline{\begin{cases} x = (1+s)\lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases}}}$$

Sustituyendo los valores obtenidos en la ecuación despreciada, resulta:

$$(1+s)\lambda - \lambda - \lambda = 0 \ ; \ ; \ 1+s=2 \Rightarrow \underline{s=1}$$

*Para  $s \neq 1$  el sistema tiene infinitos grupos de soluciones.*

*Para  $s = 1$  el sistema sólo admite la solución trivial:  $x = y = z = 0$*

\*\*\*\*\*

3-B) Una mujer ha obtenido 4.500 euros de beneficio por invertir un total de 60.000 euros en tres empresas: ALFA, BETA Y GAMMA. Se sabe que el dinero invertido en la empresa ALFA fue  $m$  veces la suma de las cantidades invertidas en las empresas BETA y GAMMA y que los beneficios de la inversión fueron del 5 % en la empresa ALFA, 10 % en la empresa BETA y 20 % en la empresa GAMMA.

a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita calcular la inversión realizada por la mujer en cada empresa.

b) Prueba que para  $m > 0$  el sistema es compatible determinado.

c) Calcula la solución para  $m = 2$ .

-----

a)

Llamando  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  a las cantidades invertidas, respectivamente, en las empresas ALFA, BETA Y GAMMA, se puede plantear el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta + \gamma = 60000 \\ \alpha = m\beta + m\gamma \\ 0'05\alpha + 0'1\beta + 0'2\gamma = 4500 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \alpha + \beta + \gamma = 60000 \\ \alpha - m\beta - m\gamma = 0 \\ 5\alpha + 10\beta + 20\gamma = 450000 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \alpha + \beta + \gamma = 60000 \\ \alpha - m\beta - m\gamma = 0 \\ \underline{\underline{\alpha + 2\beta + 4\gamma = 90000}} \end{array} \right\}$$

b)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -m & -m \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} ; ; A' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 60000 \\ 1 & -m & -m & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 90000 \end{pmatrix}$$

Para que el sistema sea compatible determinado es necesario que el rango de ambas matrices sea 3, o sea, que el determinante de la matriz de coeficientes sea distinto de cero.

$$\text{Rango } A \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -m & -m \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -4m + 2 - m + m + 2m - 4 = -2 - 2m = \underline{\underline{-2(1+m)}}$$

$$\underline{\underline{\text{Para } m > 0 \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow \text{Rango } A = 3 \Rightarrow \text{Compatible determinado, c.q.p.}}}$$

c)

$$\text{Para } m = 2 \text{ el sistema resulta ser: } \left. \begin{array}{l} \alpha + \beta + \gamma = 60000 \\ \alpha - 2\beta - 2\gamma = 0 \\ \alpha + 2\beta + 4\gamma = 90000 \end{array} \right\}.$$

Resolviendo por Cramer, teniendo en cuenta que  $|A| = -2 \cdot (1 + 2) = -6$ :

$$\alpha = \frac{\begin{vmatrix} 60000 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 90000 & 2 & 4 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{30000 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}}{-6} = -5000 \cdot (-16 - 6 + 6 + 8) = \underline{40.000} = \alpha$$

$$\beta = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 60000 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 90000 & 4 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{30000 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}}{-6} = -5000 \cdot (3 - 4 + 6 - 8) = \underline{15.000} = \beta$$

$$\gamma = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 60000 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 90000 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{30000 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}}{-6} = -5000 \cdot (-6 + 4 + 4 - 3) = \underline{5.000} = \gamma$$

En ALFA invirtió 40.000 euros, en BETA, 15.000 euros y en GAMMA, 5.000 euros.

\*\*\*\*\*