PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

SEPTIEMBRE - 2006

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B). Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1

1-A) Considera la función $f : R \to R$ definida por $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$.

a) Calcula los valores de las constantes α y b para que f tenga como recta tangente en su punto de inflexión a la recta y = 1.

b) Para los valores de α y b dibuja la gráfica de la función, analizando previamente los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los puntos de corte con los ejes, la existencia de asíntotas y la curvatura.

----

a)

Para que una función tenga un punto de inflexión es condición necesaria que se anule su segunda derivada:

$$f'(x) = 3x^2 + 6x + a \;;\; f''(x) = 6x + 6 = 0 \Rightarrow \underline{x = -1}.$$

La función f(x) tiene su punto de inflexión para x = -1, por lo cual su punto de tangencia es T(-1, 1).

La pendiente de la recta y = 1 es 0, por tanto:

$$f'(-1) = 0 \Rightarrow 3 \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) + a = 0 \;;\; 3 - 6 + a = 0 \Rightarrow \underline{\underline{a = 3}}.$$

La función es $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + b$; como pasa por T(-1, 1) tiene que satisfacer su ecuación:

$$f(-1) = 1 \Rightarrow (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + b = 1 \;;\; -1 + 3 - 3 + b = 1 \Rightarrow \underline{\underline{b = 2}}.$$

b)

La función es $f(x)=x^3+3x^2+3x+2$.

Una función es creciente o decreciente según que su derivada primera sea positiva o negativa, respectivamente.

$f'(x)=3x^2+6x+3=3(x^2+2x+1)=3(x+1)^2>0,\ \forall x\in D(f)$, que es R.

La función f(x) es monótona creciente en su dominio que es R.

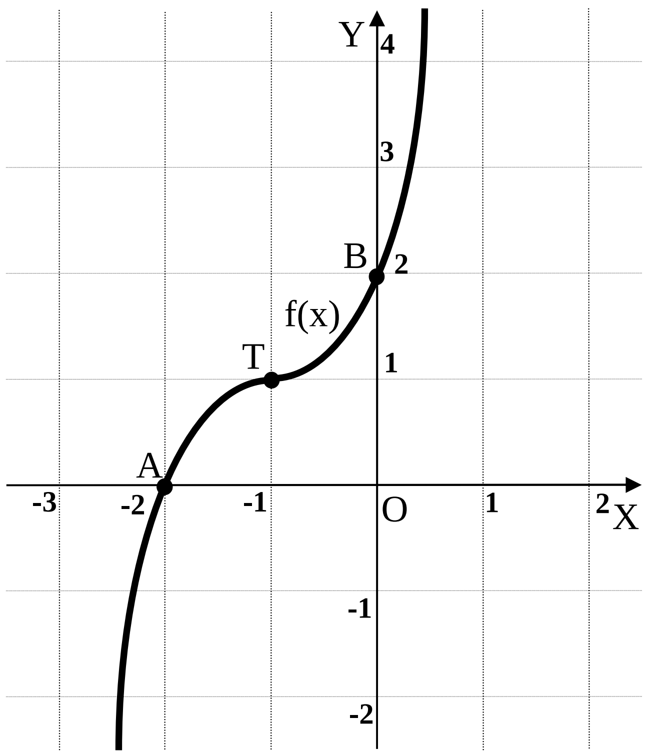
Los puntos de corte de la función f(x) con los ejes son los siguientes:

Eje X: $f(x)=0 \Rightarrow x^3+3x^2+3x+2=0$. Aplicando la regla de Ruffini, y teniendo en cuenta que por ser monótona creciente en R solamente tiene un punto de corte con el eje de abscisas y que, por ser todos los coeficientes positivos, la única solución tiene que ser negativa:

	1	3	3	2
-1		-1	-2	-1
	1	2	1	$\boxed{\neq 0}$

	1	3	3	2
-2		-2	-2	-2
	1	1	1	$\boxed{0}$

El punto de corte con el eje X es A(-2, 0)..



Eje Y: $x=0 \Rightarrow f(0)=2$. El punto de corte con el eje Y es B(0, 2).

Como f(x) es una función polinómica, no tiene ninguna asíntota.

En cuanto a la curvatura, concavidad $(\cap)$ y convexidad $(\cup)$, una función es cóncava o convexa según que su segunda derivada sea negativa o positiva, respectivamente:

$f''(x)=6x+6=0 \Rightarrow x=-1$.

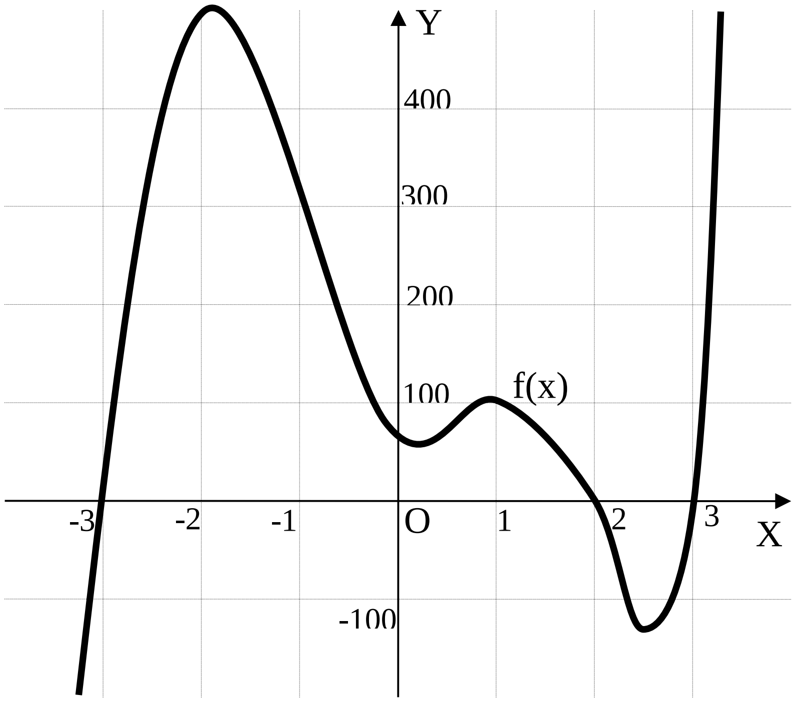
$$\underline{\underline{Para\ \ x<-1 \Rightarrow f''(x)>0 \Rightarrow Concavidad\ (\cap) \Rightarrow (-\infty,\ -1)}}$$

$$\underline{\underline{Para\ \ x>-1 \Rightarrow f''(x)<0 \Rightarrow Convexidad\ (\cup) \Rightarrow (-1,\ +\infty)}}$$

La representación gráfica, aproximada de la función $f(x)=x^3+3x^2+3x+2$ es la que aparece en el dibujo adjunto.

****

1-B) El dibujo adjunto corresponde a la gráfica de f.



a) Haz la representación gráfica de la función –f en [-3, 3].

b) Con los datos que tienes y sabiendo que f es derivable dos veces, en todo R, haz un dibujo que pueda corresponder a la función derivada f’ en [-3, 3]. Explica cómo construyes este dibujo.

c) Si f es estrictamente creciente en (-∞, -3) y en (3, +∞), ¿cuántos extremos (máximos y mínimos) tiene f’? y ¿cuántos tiene –f? Para responder a cada pregunta elige una y sólo una de las tres opciones siguientes y justifica tu elección:

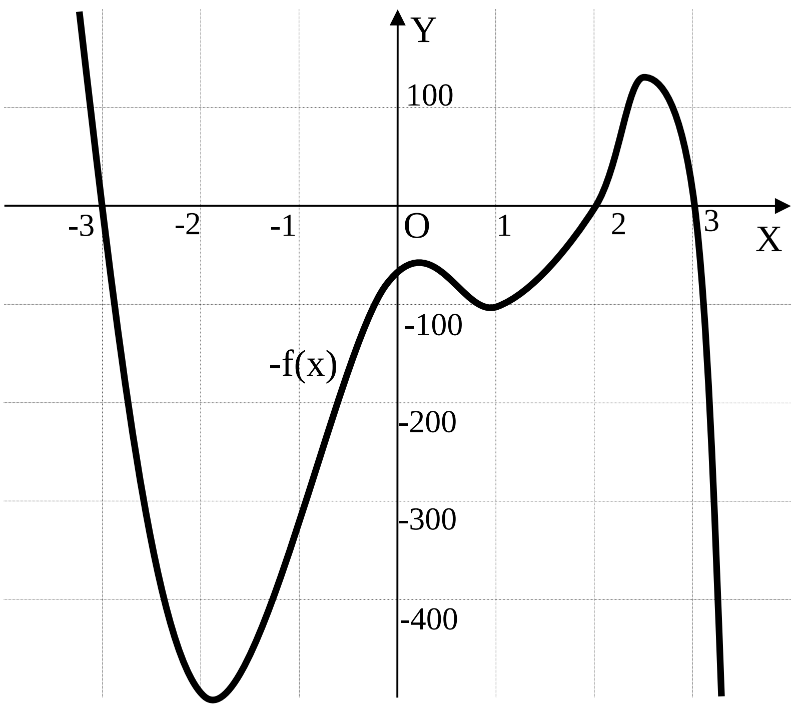
1) Tiene al menos cuatro puntos extremos.

2) Tiene exactamente cuatro puntos extremos.

3) Tiene exactamente seis puntos extremos.

----

a)

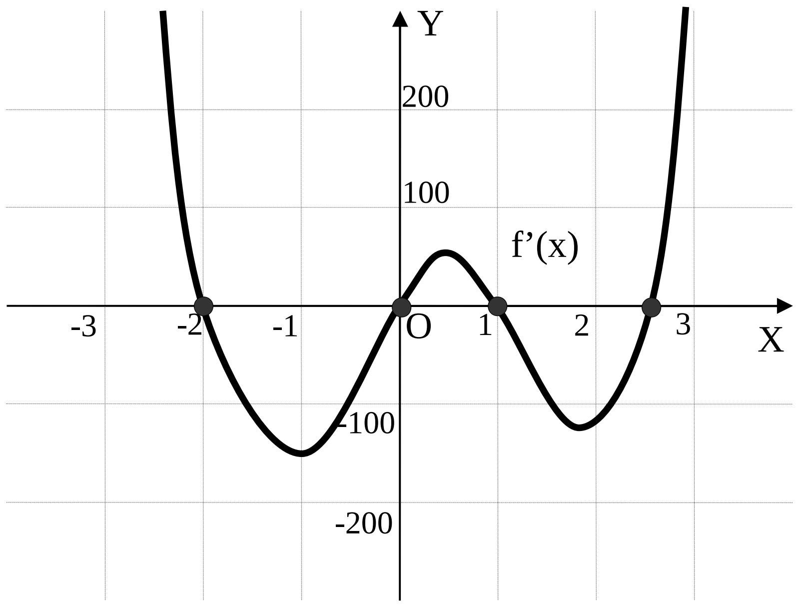


Las funciones f(x) y –f(x) son simétricas con respecto al eje de abscisas.

b)

La función f(x) tiene extremos relativos (aproximadamente) para $x=-2$, $x=0$, $x=1$ y $x=\frac{5}{2}$, lo cual significa que la función $f'(x)$ se anula para estos valores.

Teniendo en cuenta que por ser derivable dos veces f(x), la función $f'(x)$ es continua y derivable en su dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f(x), los valores de $f'(x)$ en esos intervalos son positivos o negativos, respectivamente, la representación gráfica de $f'(x)$ es, aproximadamente, la siguiente:



c)

Para responder a la primera pregunta no se pueden elegir ninguna de las opciones propuestas, ya que: f'(x) tiene exactamente tres puntos extremos.

La función –f(x) tiene los mismos puntos extremos que f(x): exactamente cuatro.

****

BLOQUE 2

2-A) Considera la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & m & -3\\ 4 & 1 & m\end{pmatrix}$, donde m es un número real.

a) Determina para qué valores de m la matriz A es regular (inversible).

b) Para m = 1 resuelve los tres sistemas de ecuaciones siguientes: $A\cdot u=e_1$, $A\cdot v=e_2$ y $A\cdot w=e_3$, donde e_1, e_2 y e_3 son, respectivamente, la primera, segunda y tercera columnas de la matriz unidad (identidad) de orden tres.

c) Considera la matriz B de dimensión 3 x 3 cuyas columnas son los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ obtenidos en el apartado anterior: $B=\begin{pmatrix}\vec{u} & \vec{v} & \vec{w}\end{pmatrix}$. Razona si B es la matriz inversa de A con m = 1.

----

a)

Una matriz es regular o inversible cuando su determinante es distinto de cero.

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & m & -3\\ 4 & 1 & m\end{vmatrix}=m^2+4m+3=0\ ;;\ m=\frac{-4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{-4\pm 2}{2}\Rightarrow\begin{cases}\underline{m_1=-1}\\ \underline{m_2=-3}\end{cases}.$$

$$\underline{\underline{A\ es\ inversible\ \forall m\in R-\{-1,\ -3\}}}$$

b)

Para m = 1 es $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & -3\\ 4 & 1 & 1\end{pmatrix}$.

$$A\cdot u=e_1\Rightarrow\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & -3\\ 4 & 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 0\end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}x-z=1\\ y-3z=0\\ 4x+y+z=0\end{array}\right\}\Rightarrow$$ Resolviendo por Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & -3\\ 0 & 1 & 1\end{vmatrix}}{1^2+4\cdot 1+3}=\frac{1+3}{8}=\underline{\frac{4}{8}=x}.\qquad y=\frac{\begin{vmatrix}1 & 1 & -1\\ 0 & 0 & -3\\ 4 & 0 & 1\end{vmatrix}}{8}=\underline{-\frac{12}{8}=y}.\qquad z=\frac{\begin{vmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 4 & 1 & 0\end{vmatrix}}{8}=\underline{\frac{-4}{8}=z}.$$

$$\underline{\underline{\vec{u}=\left(\frac{4}{8},\ -\frac{12}{8},\ -\frac{4}{8}\right)}}$$

$$A \cdot v = e_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{r} x - z = 0 \\ y - 3z = 1 \\ 4x + y + z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Resolviendo por Cramer:}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{8} = \underline{\frac{-1}{8} = x}. \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}}{8} = \frac{1+4}{8} = \underline{\frac{5}{8} = y}. \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{8} = \underline{\frac{-1}{8} = z}.$$

$$\underline{\underline{\vec{v} = \left(-\frac{1}{8}, \frac{5}{8}, -\frac{1}{8} \right)}}$$

$$A \cdot w = e_3 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{r} x - z = 0 \\ y - 3z = 0 \\ 4x + y + z = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Resolviendo por Cramer:}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{8} = \underline{\frac{1}{8} = x}. \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -3 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{8} = \underline{\frac{3}{8} = y}. \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{8} = \underline{\frac{1}{8} = z}.$$

$$\underline{\underline{\vec{w} = \left(\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8} \right)}}$$

c)

La matriz resulta ser $B = \begin{pmatrix} \frac{4}{8} & -\frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ -\frac{12}{8} & \frac{5}{8} & \frac{3}{8} \\ -\frac{4}{8} & -\frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -12 & 5 & 3 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$A \cdot u + A \cdot v + A \cdot w = (e_1 \quad e_2 \quad e_3) \;;;\; A \cdot (u \quad v \quad w) = I \Rightarrow \underline{B = (u \quad v \quad w) = A^{-1}}$$

En efecto, B es la matriz inversa de A para m = 1.

Aunque innecesaria, se hace la comprobación, obteniendo la inversa de A por el método de Gauss-Jordan.

$$(A/I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow \{F_4 \to F_4 - 4F_1\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & -4 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_3 \to F_3 - F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & -4 & -1 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow \{F_3 \to \tfrac{1}{8} F_3\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{8} & -\frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} F_1 \to F_1 + F_3 \\ F_2 \to F_2 + 3F_3 \end{Bmatrix} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{4}{8} & -\frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{12}{8} & \frac{5}{8} & \frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{4}{8} & -\frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{array}\right) \Rightarrow \underline{A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{4}{8} & -\frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ -\frac{12}{8} & \frac{5}{8} & \frac{3}{8} \\ -\frac{4}{8} & -\frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -12 & 5 & 3 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}}.$$

****

2-B) Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta. Para las afirmaciones que consideres que son falsas, pon un ejemplo ilustrativo.

a) Si A y B son dos matrices cuadradas cualesquiera, entonces $(A+B)\cdot(A-B)=A^2-B^2$.

b) Si A, B y C son tres matrices cuadradas que verifican A · B = A · C, entonces B = C.

c) Si A es una matriz cuadrada y t es un número real que cumplen t · A = (O), entonces t = 0 y A = (O).
Notación: (O) indica la matriz cuyos elementos son todos iguales a cero.

----

a)

$$(A+B)\cdot(A-B)=A\cdot A-A\cdot B+B\cdot A-B\cdot B=\underline{A^2-A\cdot B+B\cdot A-B^2}.$$

En general es falso, pues el producto de matrices no tiene la propiedad conmutativa.

$$\text{Por ejemplo: } \left\{ \begin{array}{l} A\cdot B=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2+6 & 6-6 \\ 1+0 & 3-0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \\ \\ A\cdot B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2+3 & 3-0 \\ 4-2 & 6-0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{A\cdot B\neq B\cdot A}.$$

b)

$A\cdot B=A\cdot C \Rightarrow$ Multiplicando por la izquierda por la matriz inversa de A:

$$A^{-1}\cdot A\cdot B=A^{-1}\cdot A\cdot C \;;;\; I\cdot B=I\cdot C \Rightarrow \underline{B=C}.$$

$$\underline{\underline{En\ efecto: Si\ A\cdot B=A\cdot C \Rightarrow B=C}}$$

c)

Teniendo en cuenta que el producto de una matriz por un número el la matriz que resulta de multiplicar todos y cada uno de los elementos de la matriz por el número, siendo t · A = O, no es necesario que sea cero el número y nula la matriz: con que cumpla uno de ellos la condición se cumple lo pedido.

<u>Para que t · A = O es suficiente que t = 0 o que A = O.</u>

$$\text{Ejemplo: } \underline{0\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}\ y\ también\ \underline{7\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}$$

****

BLOQUE 3

3-A) Considera los puntos A(1, -3, 2), B(1, 1, 2) y C(1, 1, -1):

a) Determina una ecuación general del plano que contiene los tres puntos.

b) Halla un punto D para que A, B, C y D sean los vértices consecutivos de un rectángulo.

c) Halla un punto D para que A, B, C y D sean los vértices de un paralelogramo que no sea rectángulo.

d) Calcula el área del paralelogramo obtenido en el apartado anterior.

----

a)

Los puntos A, B y C determinan los siguientes vectores:

$\overrightarrow{AB} = B - A = (1,\ 1,\ 2) - (1,\ -3,\ 2) = (0,\ 4,\ 0)$.

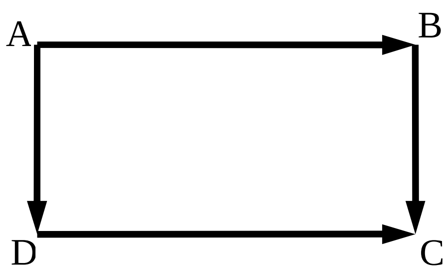
$\overrightarrow{AC} = C - A = (1,\ 1,\ -1) - (1,\ -3,\ 2) = (0,\ 4,\ -3)$.

Los puntos A, B y C determinan el plano $\pi(A;\ \vec{u},\ \vec{v}) \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y+3 & z-2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & -3 \end{vmatrix} = 0$;;

$-12(x-1) = 0 \ \Rightarrow\ \underline{\underline{\pi \equiv x - 1 = 0}}$.

b)

Para que el paralelogramo sea un rectángulo tiene que ser $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$



$\overrightarrow{BC} = C - B = (1,\ 1,\ -1) - (1,\ 1,\ 2) = (0,\ 0,\ -3)$.

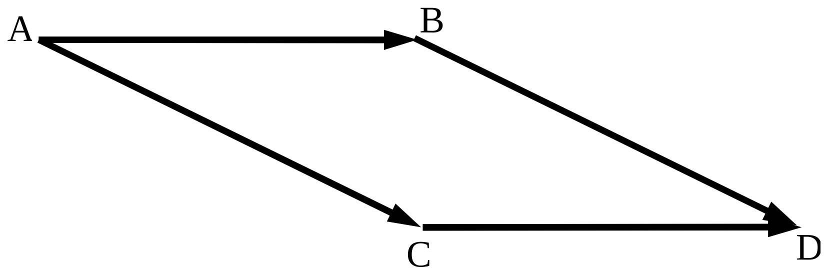
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (0,\ 4,\ 0) \cdot (0,\ 0,\ -3) = 0 \Rightarrow$ <u>En efecto, se trata de un rectángulo.</u>

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (0,\ 4,\ 0) \\ \\ \overrightarrow{DC} = C - D = (1,\ 1,\ -1) - (x,\ y,\ z) = (1-x,\ 1-y,\ -1-z) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{r} 1 - x = 0 \\ 1 - y = 4 \\ -1 - z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{D(1,\ -3,\ -1)}}.$$

c)

En este caso los vértices no son consecutivos, como se aprecia en el dibujo.



$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} \Rightarrow \left. \begin{cases} \overrightarrow{AC} = (0,\ 4,\ -3) \\ \\ \overrightarrow{BD} = D - B = (x,\ y,\ z) - (1,\ 1,\ 2) = (x-1,\ y-1,\ z-2) \end{cases} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{r} x-1=0 \\ y-1=4 \\ z-2=-3 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{D(1,\ 5,\ -1)}}.$$

d)

Sabiendo que el área de un paralelogramo es el módulo del producto vectorial de los vectores que lo determinan:

$$S = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \equiv \left\| \begin{matrix} i & j & k \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & -3 \end{matrix} \right\| = \left| -12i \right| = \underline{\underline{12}}.$$

<u>El área del paralelogramo pedido es de 12 unidades cuadradas.</u>

****

3-B) Considera las rectas $r \equiv x-3=y-4=\frac{z-5}{2}$ y $s \equiv \frac{x-5}{-2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-m}{2}$, donde $m \in R$.

a) Estudia, según los valores del parámetro m, las posiciones relativas de las dos rectas. En el caso de que se corten las rectas r y s, calcula el punto de corte.

b) Cuando sean coplanarias, determina una ecuación general del plano que las contiene.

c) Estudia la posición relativa del plano del apartado anterior con el plano que pasa por los puntos A(3, 4, 5), B(5, 4, -3) y C(1, 2, 1).

Indicación: no es necesario construir el plano que pasa por esos tres puntos.

----

a)

Se hace el estudio de la posición relativa mediante vectores.

Los vectores directores de las rectas son $\overrightarrow{v_r}=(1,\ 1,\ 2)$ y $\overrightarrow{v_s}=(-2,\ -1,\ 2)$.

Un punto de r es M(3, 4, 5) y un punto de s es N(5, 4, m).

Los puntos M y N determinan el vector $\overrightarrow{w}=\overrightarrow{MN}=N-M=(2,\ 0,\ m-5)$.

Los vectores $\overrightarrow{v_r}$, $\overrightarrow{v_s}$ y $\overrightarrow{w}$ determinan la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & m-5 \end{pmatrix}$, cuyo rango determina su posición relativa.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & m-5 \end{vmatrix}=-(m-5)+4+4+2(m-5)=(m-5)+8=m-5+8=m+3=0 \Rightarrow \underline{m=-3}.$$

Para m ≠ -3 el rango que determinan los vectores $\{\overrightarrow{v_r},\ \overrightarrow{v_r},\ \overrightarrow{w}\}$ es tres, lo que significa que las rectas están en planos diferentes y, como los vectores directores $\overrightarrow{v_r}$ y $\overrightarrow{v_s}$ son linealmente independientes (no tienen proporcionales sus componentes), las rectas no son paralelas y, en consecuencia:

<u>Para m ≠ -3 las rectas r y s se cruzan en el espacio.</u>

Para m = -3 el rango de $\{\overrightarrow{v_r},\ \overrightarrow{v_r},\ \overrightarrow{w}\}$ es dos; esto significa que las rectas r y s son coplanarias y como no son paralelas:

<u>Para m = -3 las rectas r y s se cortan.</u>

Una forma de hallar el punto de corte para m = -3 es la siguiente. En primer lugar expresamos las rectas por ecuaciones paramétricas: $r \equiv \begin{cases} x = 3+\lambda \\ y = 4+\lambda \\ z = 5+2\lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 5-2t \\ y = 4-t \\ z = -3+2t \end{cases}$.

$$\left.\begin{cases} 3+\lambda = 5-2t \\ 4+\lambda = 4-t \\ 5+2\lambda = -3+2t \end{cases}\right\} \Rightarrow 2-2t = -t \;;;\; \underline{t=2} \;\; \Rightarrow \begin{cases} x = 5-4 = 1 \\ y = 4-2 = 2 \\ z = -3+4 = 1 \end{cases}.$$

<u>El punto de corte es P(1, 2, 1).</u>

b)

El plano π que contiene a r y s para m = -3 tiene la siguiente expresión general:

$$\pi\left(P;\ \overrightarrow{v_r},\ \overrightarrow{v_s}\right) \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \;;;$$

$$2(x-1)-4(y-2)-(z-1)+2(z-1)+2(x-1)-2(y-2)=0 \;;;\; 4(x-1)-6(y-2)+(z-1)=0 \;;;$$

$$4x-4-6y+12+z-1=0.$$

$$\underline{\underline{\pi \equiv 4x-6y+z+7=0}}$$

c)

Los puntos A(3, 4, 5), B(5, 4, -3) y C(1, 2, 1) determinan los vectores:

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = B-A = (5,\ 4,\ -3)-(3,\ 4,\ 5) = (2,\ 0,\ -8).$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{AC} = C-A = (1,\ 2,\ 1)-(3,\ 4,\ 5) = (-2,\ -2,\ -4).$$

El plano β que contiene a los puntos A, B y C tiene la expresión general:

$$\beta\left(C;\ \vec{u},\ \vec{v}\right) \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-1 \\ 2 & 0 & -8 \\ -2 & -2 & -4 \end{vmatrix} = 0 \;;;\; 16(y-2)-4(z-1)-16(x-1)+8(y-2)=0 \;;;$$

$$-16(x-1)+24(y-2)-4(z-1)=0 \;;;\; 4(x-1)-6(y-2)+(z-1)=0 \;;;\; 4x-4-6y+12+z-1=0 \;;;$$

$$\underline{\beta \equiv 4x-6y+z+7=0}.$$

<u>Los planos π y β son coincidentes.</u>

****